

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
“БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА”

Кафедра физики

ФИЗИКА

Часть 5

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Учебно-методическое пособие для студентов инженерно-технических специальностей факультета безотрывного обучения

Гомель 2012

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
“БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА”

Кафедра физики

ФИЗИКА

Часть 5

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Учебно-методическое пособие для студентов инженерно-технических специальностей факультета безотрывного обучения

*Одобрено методической комиссией факультета
безотрывного обучения*

Гомель 2012

УДК [534 + 535] (075.8)
ББК 22.3
Ф50

Авторы: Н. А. Ахраменко, М. В. Буй, И. И. Проневич, В. А. Савастенко.

Рецензент – зав. кафедрой физики д. физ.-мат. наук, профессор П. А. Хило
(УО “ГГТУ им. П.О. Сухого”).

Физика : учеб-метод. пособие для студентов инженерно-технических специальностей ФБО. В 6 ч. Ч. 5. Колебания и волны. Волновая оптика / Н. А. Ахраменко [и др.]; М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2012. – 119 с.
ISBN 978-985-554-067-1 (ч. 5)

Приведены общие методические указания, вопросы для изучения теоретического материала по разделам программы, основная и дополнительная литература, сведения из теории, примеры решения задач, задачи для контрольных работ и справочные таблицы по разделам "Колебания и волны", "Волновая оптика" программы курса физики.

Предназначено для методического обеспечения самостоятельной работы по физике студентов инженерно-технических специальностей безотрывной формы обучения.

УДК [534+ 535] (075.8)
ББК 22.3

ISBN 978-985-554-067-1 (ч. 5)
ISBN 978-985-468-670-7

© Оформление. УО “БелГУТ”, 2012

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Одним из основных условий успешного освоения курса физики во втузе является систематическое решение задач, которое помогает уяснить физический смысл явлений, закрепить законы и формулы, выработать навыки практического применения теоретических знаний.

Решение задачи по физике включает следующие этапы:

1 Выбор основных законов и формул, которые описывают рассматриваемые явления и процессы, повторение их формулировок и физического смысла буквенных обозначений.

2 Вывод формул, которые являются частным случаем, не выражают физические законы или не дают определения каких-нибудь физических величин.

3 Построение схематического чертежа (рисунка), поясняющего рассматриваемые процессы.

4 Получение в общем (буквенном) виде конечных расчетных формул (т. е. формул, при подстановке в которые исходных данных задачи получаются искомые величины).

5 Проверка единиц измерения искомой величины в конечной формуле: подстановка в них вместо обозначений физических величин их единиц СИ; доказательство того, что после соответствующих математических действий формулы дают верные единицы искомых величин.

6 Подстановка в окончательные формулы, полученные в результате решения задачи в общем виде, числовых значений, выраженных в единицах одной системы (СИ), и расчет искомых величин. При этом следует руководствоваться правилами приближенных вычислений и при необходимости использовать степенное представление чисел.

7 Оценка физической правдоподобности полученных результатов.

8 Запись в ответе числовых значений и единиц искомых величин в СИ.

В случае затруднений при изучении программного материала или решения задач студент может воспользоваться консультациями, которые проводятся на кафедре «Физика» БелГУТа один раз в две недели на протяжении всего учебного семестра.

Требования к оформлению контрольных работ

1 Каждая контрольная работа должна выполняться в отдельной тетради. На обложке обязательно следует указать номер и вариант контрольной работы, фамилию, имя, отчество, группу и факультет. В каждой контрольной работе должны быть решены все 8 задач. Решение каждой задачи должно начинаться с новой страницы. Следует указать номер задачи (в соответствии с пособием), без сокращений записать ее полное условие, а далее привести краткое условие.

2 Решение задачи необходимо представить в общем (буквенном) виде и довести его до конечных расчетных формул. Вычисления промежуточных величин и дальнейшая подстановка полученных чисел допускается только в случае необходимости многократного их использования в задаче. Решение должно сопровождаться краткими, но исчерпывающими пояснениями, которые включают конкретные однозначные объяснения использованных буквенных обозначений. Например, вместо "... v_1 – скорость" следует писать "... v_1 – мгновенная скорость первого тела до удара относительно системы отсчета, связанной с Землей" и т. п. В ходе решения задачи нельзя изменять обозначения и индексы для величин, приведенных в кратком условии (при этом их смысл можно не пояснять). Следует приводить физические (опирающиеся на законы физики и условия их выполнения) обоснования использованных уравнений (например, "Так как рассматриваемая система тел является замкнутой, то на основании закона сохранения импульса можно записать уравнение..." и т. п.).

3 Полученные расчетные формулы обязательно следует проверить, т. е. в каждую из них вместо значений физических величин подставить их единицы в СИ и убедиться, что получающаяся по этой формуле единица соответствует искомой физической величине. При этом нельзя пользоваться таблицами, выражающими именованные единицы (1Вт, 1 Гн и т. п.) через основные, а необходимо проводить преобразования единиц с помощью физических формул и определяющих уравнений для физических величин. Вычисления необходимо проводить в СИ. При этом пользоваться правилами приближенных вычислений. Точность полученных результатов не должна превышать точности исходных данных, в том числе и табличных (как правило, достаточно двух-трех значащих цифр). Следует показать, какие числа были подставлены в расчетные формулы. В конце задачи необходимо записать ответ(ы), при этом для больших (> 1000) или малых ($< 0,001$) чисел следует применять степенную форму или множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц (например, $1500 \text{ м} = 1,5 \text{ км}$; $0,000015 \text{ с} = 15 \text{ мкс}$).

4 Выполненные работы должны быть в указанный срок представлены на рецензирование. Если прорецензированная работа не зачтена, то в той же тетради нужно исправить ошибки, выполнить все требования преподавателя и в кратчайший срок сдать работу на повторное рецензирование. Работу над ошибками следует выполнять на оставшейся после первоначального решения задачи части листа (при этом должно быть понятно, где начинаются исправления); при отсутствии места для исправлений работу над ошибками можно выполнять в конце тетради или подклеить дополнительный лист. Исправления первоначального текста решения задачи не допускаются!

В случае невыполнения любого из перечисленных требований контрольные работы рецензироваться не будут!

1 ВОПРОСЫ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

Колебания и волны

Свободные гармонические колебания. Характеристики колебаний. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний. Простые колебательные системы. Энергия при колебаниях. Сложение гармонических колебаний. Настройка по биениям. Модуляция.

Затухающие колебания. Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний и его решение. Параметры затухания. Диссипация энергии. Демпфирование в технике.

Вынужденные колебания. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний. Амплитуда и фаза вынужденных колебаний. Резонанс. Переменный ток. Автоколебания, их применение в технике. Параметрический резонанс и его применение в технике.

Волновые процессы. Бегущие и стоячие волны. Фазовая скорость, длина волны, волновое число. Волновое уравнение. Дисперсия. Волновой пакет. Групповая скорость и перенос энергии. Энергия волны, поток и плотность потока энергии (вектор Умова). Элементы акустики. Свойства ультразвука.

Электромагнитные волны. Поток энергии электромагнитного поля. Плотность потока (вектор Пойнтинга). Волновое уравнение как следствие уравнений Максвелла. Свободные электромагнитные волны. Электромагнитные волны в направляющих средах. Эффект Доплера для упругих и электромагнитных волн. Квазиоптика. Отражение и преломление электромагнитных волн. Радиолокация.

Волновая оптика

Интерференция света. Когерентность и монохроматичность световых волн. Время и длина когерентности. Оптические длины пути и разность хода. Расчет простейших интерференционных картин. Многолучевая интерференция. Интерферометры и их применение в измерительных комплексах.

Дифракция света. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля. Приближения Френеля и Фраунгофера. Границы применимости геометрической оптики. Простые задачи дифрак-

ции. Разрешающие способности оптических и спектральных приборов. Дифракция на кристаллах. Голография и ее применение.

Взаимодействие света с веществом. Дисперсия света, элементы ее элементарной электронной теории. Поглощение света. Излучение Вавилова-Черенкова.

Поляризация света. Свойства и виды поляризованного света. Поляризация при отражении и преломлении, закон Брюстера. Закон Малюса. Двойное лучепреломление. Искусственная оптическая анизотропия. Оптические затворы. Элементы нелинейной оптики. Световоды.

Список рекомендуемой литературы

Основная

- 1 **Савельев, И. В.** Курс общей физики. Т.2 / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1987. – 496 с.
- 2 **Детлаф, А. А.** Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Высш. шк., 1989. – 608 с.
- 3 **Трофимова, Т. И.** Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высш. шк., 1990. – 478 с.
- 4 **Трофимова, Т. И.** Сборник задач по курсу физики для втузов / Т. И. Трофимова. – М. : Высш. шк., 2003. – 303 с.
- 5 **Чертов, А. Г.** Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – М. : Высш. шк., 1988. – 526 с.

Дополнительная

- 1 **Ландсберг, Г. С.** Оптика / Г. С. Ландсберг. – М. : Наука, 1976. – 936 с.
- 2 **Калитиевский, Н. И.** Волновая оптика / Н. И. Калитиевский. – М. : Высш. шк., 1978. – 384 с.
- 3 **Волькенштейн, В. С.** Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – М. : Наука, 1988. – 381 с.
- 4 **Савельев, И. В.** Сборник задач и вопросов по общей физике / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1988. – 288 с.
- 5 **Чертов, А. Г.** Физические величины / А. Г. Чертов. – М. : Высш. шк., 1990. – 315 с.
- 6 **Сена, Л. И.** Единицы физических величин и их размерности / Л. И. Сена. – М. : Наука, 1988. – 432 с.

7 **Яворский, Б. М.** Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – М. : Наука, 1990. – 624 с.

8 **Кухлинг, Х.** Справочник по физике / Х. Кухлинг. – М. : Мир, 1985. – 520 с.

9 Сборник задач по физике / под ред. М. С. Цедрика. – Мн. : Выш. шк., 1976. – 320 с.

10 Физика: задания к практическим занятиям / под ред. Ж. П. Лагутиной. – Мн. : Выш. шк., 1981. – 318 с.

11 **Новодворская, Е.М.** Методика проведения упражнений по физике во втузе / Е.М. Новодворская, Э.М. Дмитриева. – М. : Высш. шк., 1981. – 318 с.

12 **Иродов, И.Е.** Задачи по общей физике / И.Е. Иродов. – М. : Наука, 1988. – 416 с.

13 **Фирганг, Е.В.** Руководство к решению задач по курсу общей физики / Е.В. Фирганг. – М. : Высш. шк., 1977. – 351 с.

2 ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

Уравнение гармонического колебательного движения

$$s = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad \text{или} \\ s = A \sin(\omega_0 t + \varphi_1),$$

где s – смещение колеблющейся величины от положения равновесия в момент времени t (рисунок 1); A – амплитуда (максимальное значение смещения); $\omega_0 = 2\pi/T = 2\pi\nu$ – собственная круговая (циклическая) частота; t – текущее время; φ_0 – начальная фаза; $\varphi_1 = \varphi_0 + \pi/2$; T – период колебаний; ν – частота колебаний.

Связь между периодом и частотой колебаний

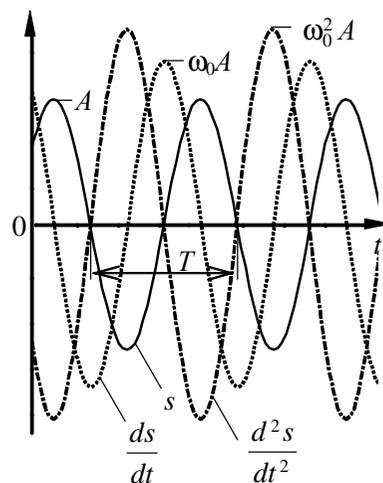


Рисунок 1 – График гармонических колебаний

$$T = \frac{1}{\nu}.$$

Скорость точки, совершающей колебания (проекция на ось движения),

$$v_s = \frac{ds}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right),$$

и ее ускорение (проекция на ось движения)

$$a_s = \frac{dv_s}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi).$$

Амплитуда (максимальное значение) первой производной от смещения ("скорости" колебаний)

$$A' = \omega_0 A.$$

Амплитуда (максимальное значение) второй производной от смещения ("ускорения" колебаний)

$$A'' = \omega_0^2 A.$$

Начальная фаза первой производной от смещения

$$\varphi_0 + \frac{\pi}{2}.$$

Начальная фаза второй производной от смещения

$$\varphi_0 + \pi.$$

Дифференциальное уравнение гармонических колебаний

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \omega_0^2 s = 0.$$

Сила (проекция на ось движения), под действием которой тело массой m совершает гармонические колебания,

$$F_s = ma_s = m \frac{d^2s}{dt^2} = -mA\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -ks,$$

где $k = m\omega_0^2$ – коэффициент упругой или квазиупругой силы.

Период колебаний точки, совершающей колебания под действием упругой силы,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

где l – длина маятника; g – ускорение свободного падения.

Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl_C}} = 2\pi\sqrt{\frac{L_{\text{пр}}}{g}},$$

где J – момент инерции маятника относительно его оси вращения; m – масса маятника; l_C – расстояние от оси вращения до центра тяжести; $L_{\text{пр}} = \frac{J}{ml_C}$ – приведенная длина физического маятника.

маятника.

Теорема Штейнера

$$J = J_0 + ma^2,$$

где J_0 – момент инерции маятника относительно оси параллельной оси вращения и проходящей через центр масс; a – расстояние между этими осями.

Момент инерции составного тела

$$J = \sum_{i=1}^N J_i,$$

где J_i – момент инерции части (элемента) тела с номером i ; N – количество частей, из которых состоит тело.

Моменты инерции простых тел:

- материальная точка – $J_0 = mR^2$;
- тонкий диск (рисунок 2, а) – $J_0 = 1/2mR^2$;
- шар (рисунок 2, б) – $J_0 = 2/5mR^2$;
- тонкий стержень (рисунок 2, в) – $J_0 = 1/3ml^2$;

тонкий стержень (рисунок 2, з) – $J_0 = 1/12 ml^2$.

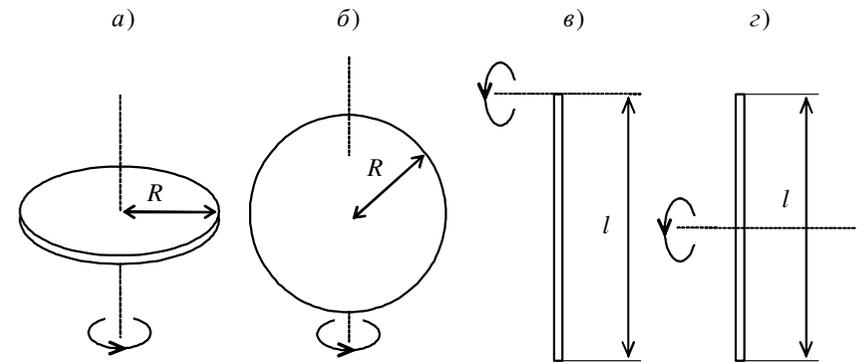


Рисунок 2 – Простые тела, используемые в качестве элементов физических маятников

Кинетическая энергия тела, участвующего в механических колебаниях,

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0);$$

потенциальная энергия

$$W_p = \frac{ks^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Полная энергия механических колебаний (рисунок 3)

$$W = W_k + W_p = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}.$$

Период колебаний в идеальном колебательном контуре (формула Томсона)

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

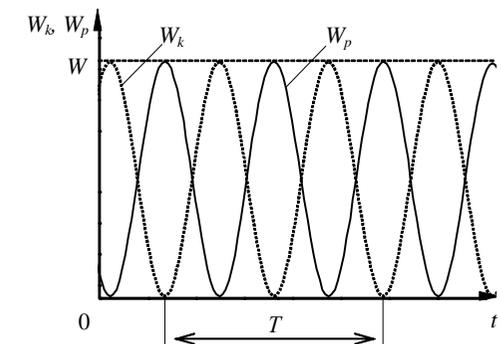


Рисунок 3 – Энергия точки при гармонических колебаниях

где L – индуктивность катушки; C – емкость конденсатора.

Энергия электрического поля в конденсаторе при электромагнитных колебаниях в контуре

$$W_{эл} = \frac{q^2}{2C} = \frac{Lq_{\max}^2 \omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где q – заряд на обкладке конденсатора; q_{\max} – его максимальное значение.

Энергия магнитного поля в катушке при электромагнитных колебаниях в контуре

$$W_{м} = \frac{Li^2}{2} = \frac{Lq_{\max}^2 \omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где i – сила тока в контуре.

Полная энергия электромагнитных колебаний

$$W = W_{эл} + W_{м} = \frac{Lq_{\max}^2 \omega_0^2}{2}.$$

При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинаковой частоты (рисунок 4) получается гармоническое колебание той же частоты с амплитудой

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}$$

и с начальной фазой

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}},$$

где A_1 и A_2 – амплитуды складываемых колебаний; φ_{01} и φ_{02} – их начальные фазы.

При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний с близкими частотами получается квазигармо-

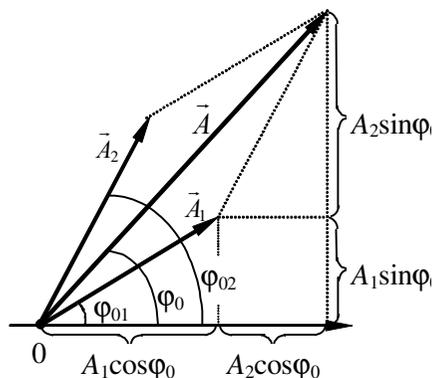


Рисунок 4 – Сложение колебаний одинакового направления

ническое колебание, так называемые биения (рисунок 5). Уравнение биений (при равных амплитудах складываемых колебаний)

$$s = 2A \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right) \cos(\omega t),$$

где $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \ll \omega$ – разность частот колебаний; $\omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega$ – частоты складываемых колебаний.

Амплитуда биений является медленной периодической функцией времени (ее изменением за время, сравнимое с периодом колебаний, можно пренебречь).

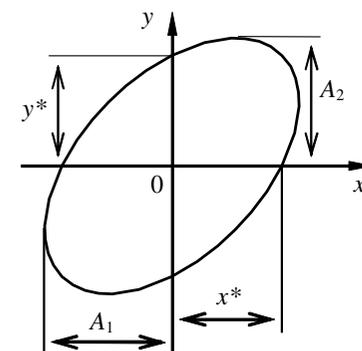


Рисунок 6 – Траектория движения точки при сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний одинакового периода

уравнение траектории результирующего движения имеет вид (рисунок 6; $x^* = A_1 |\sin(\varphi_{02} - \varphi_{01})|$, $y^* = A_2 |\sin(\varphi_{02} - \varphi_{01})|$)

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1A_2} \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = \sin^2(\varphi_{02} - \varphi_{01}).$$

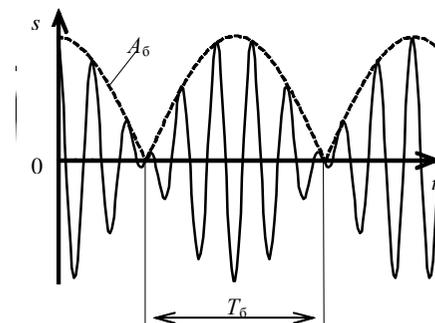


Рисунок 5 – График биений. Пунктирная линия – изменение амплитуды биений

Амплитуда и период биений (период относительно медленного изменения амплитуды квазигармонических колебаний), образующихся при сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний с одинаковыми амплитудами и близкими частотами,

$$A_6 = 2A \left| \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right) \right|, \quad T_6 = \frac{2\pi}{\Delta\omega}.$$

При сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний (вдоль осей x и y) одинакового периода

уравнение траектории результирующего движения имеет вид

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний

$$\frac{d^2s}{dt^2} + 2\beta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0,$$

где β – коэффициент затухания. Для колебаний груза на пружине $\beta = \frac{r}{2m}$, для электромагнитных колебаний в контуре – $\beta = \frac{R}{2L}$, где r – коэффициент сопротивления, R – активное сопротивление контура.

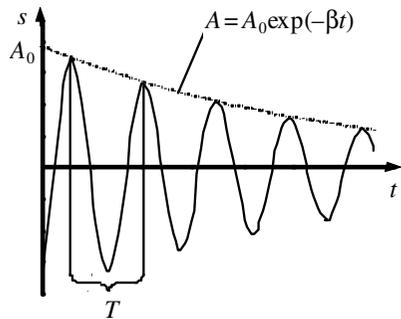


Рисунок 7 – График затухающих колебаний

Условие существования затухающих колебаний

$$\beta < \omega_0.$$

Уравнение затухающих колебаний (рисунок 7)

$$s = A_0 \exp(-\beta t) \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где A_0 – начальное значение амплитуды колебаний; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – циклическая частота затухающих колебаний.

Амплитуда затухающих колебаний

$$A = A_0 \exp(-\beta t).$$

Логарифмический декремент затухания (определяющее уравнение)

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)}.$$

Связь логарифмического декремента затухания с периодом квазигармонических затухающих колебаний

$$\theta = \beta T.$$

Условие слабозатухающих колебаний

$$\beta \ll \omega_0.$$

Добротность колебательной системы (определяющее уравнение)

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W_1} = 2\pi \frac{W}{\Delta W_T},$$

где W – энергия, запасенная в системе в данный момент времени; ΔW_1 – средняя потеря энергии за время, в течение которого фаза колебаний увеличивается на один радиан; ΔW_T – средняя потеря энергии за один период.

Связь добротности с другими параметрами квазигармонических слабозатухающих колебаний:

$$Q \approx \frac{\omega_0}{2\beta} = \frac{\pi}{\theta} = \pi N_e,$$

где N_e – число полных колебаний, соответствующее времени уменьшения амплитуды в e раз.

Для слабозатухающих колебаний груза на пружине

$$Q = \frac{1}{r} \sqrt{km}; \text{ для электрического контура } Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \text{ (величина}$$

$R_b = \sqrt{\frac{L}{C}}$ называется волновым сопротивлением).

При $\omega_0 \leq \beta$ имеет место аperiodическое затухание (рисунок 8).

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний

$$\frac{d^2s}{dt^2} + 2\beta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = f_m \cos \Omega t,$$

где f_m – амплитудная характеристика периодического внешнего воздействия; Ω – его циклическая частота. Для колебаний груза на пружине $f_m = \frac{F_m}{m}$,

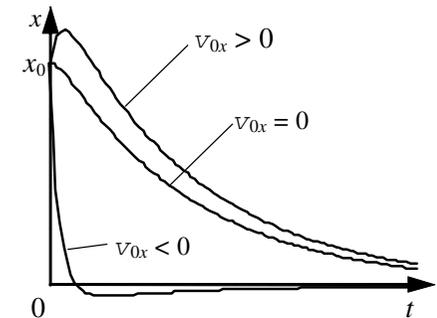


Рисунок 8 – Аperiodическое затухание

для электромагнитных колебаний в контуре $f_m = \frac{U_m}{L}$, где F_m – амплитуда внешней силы; U_m – амплитуда напряжения генератора.

Установившееся решение дифференциального уравнения вынужденных колебаний:

$$s = A \cos(\Omega t - \varphi),$$

где A – амплитуда вынужденных колебаний (рисунок 9); φ – разность фаз между периодическим внешним воздействием и смещением.

Амплитуда вынужденных колебаний

$$A = \frac{f_m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}}.$$

Разность фаз между периодическим внешним воздействием и смещением (рисунок 10)

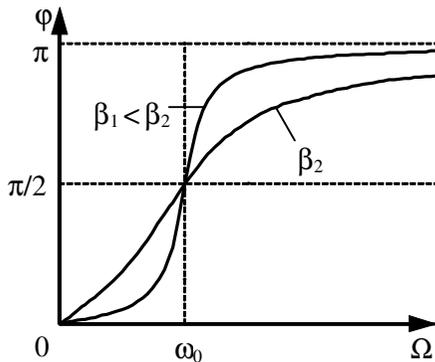


Рисунок 10 – Зависимость разности фаз между периодическим внешним воздействием и смещением от частоты

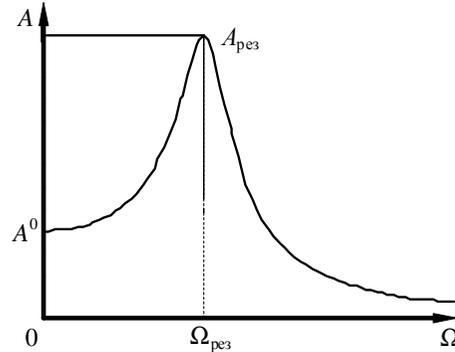


Рисунок 9 – Зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты внешнего воздействия

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}.$$

Первая резонансная частота (частота внешнего воздействия, при которой амплитуда вынужденных колебаний принимает максимальное значение)

$$\Omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}.$$

Связь резонансной амплитуды смещения (амплитуды

для первой резонансной частоты $A_{\text{рез}}$) и амплитуды при нулевой частоте A^0

$$\frac{A_{\text{рез}}}{A^0} = Q.$$

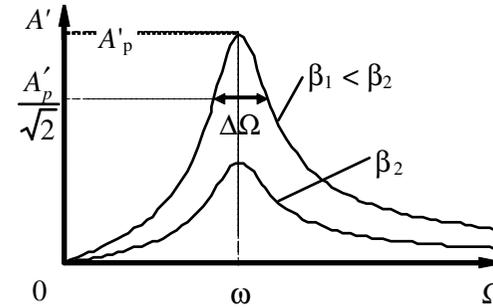


Рисунок 11 – Зависимость амплитуды "скорости" вынужденных колебаний от частоты внешнего воздействия

Амплитуда "скорости" при вынужденных колебаниях (рисунок 11)

$$A' = \frac{f_m}{\sqrt{\left(\frac{\omega_0^2 - \Omega^2}{\Omega}\right)^2 + 4\beta^2}}.$$

Связь добротности с шириной резонансной кривой:

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\Omega},$$

где $\Delta\Omega$ – ширина кривой на уровне $\frac{A_p'}{\sqrt{2}}$; A_p' – максимальное значение амплитуды "скорости" (см. рисунок 11).

Разность фаз между периодическим внешним воздействием и "скоростью" смещения (рисунок 12)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Omega^2 - \omega_0^2}{2\beta\Omega}.$$

Условие квазистационарности переменного тока:

$$l \gg \frac{c}{\nu},$$

где l – характерная длина электрической цепи; c – скорость света в вакууме; ν – частота.

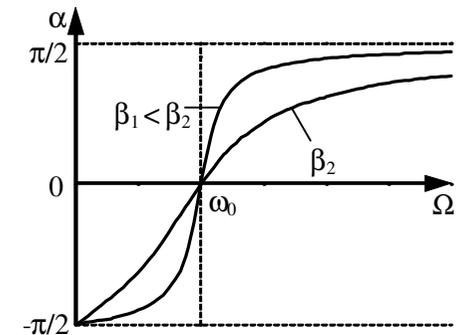


Рисунок 12 – Зависимость разности фаз между периодическим внешним воздействием и смещением от частоты

Зависимости мгновенных значений напряжений на резисторе (u_R), на конденсаторе (u_C) и на катушке (u_L), а также силы тока (i) в цепи от времени:

$$u_R = U_{Rm} \cos(\omega t + \varphi_0); \quad u_C = U_{Cm} \cos\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right);$$

$$u_L = U_{Lm} \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right); \quad i = I_m \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Связь амплитуды напряжения на резисторе и амплитуды силы тока:

$$U_{Rm} = RI_m.$$

Связь амплитуды напряжения на конденсаторе и амплитуды силы тока:

$$U_{Cm} = \frac{I_m}{\omega C}.$$

Связь амплитуды напряжения на катушке и амплитуды силы тока:

$$U_{Lm} = \omega LI_m.$$

Связь между амплитудами и фазами напряжений и силы тока наглядно представляется на диаграмме напряжений переменного тока (рисунок 13).

Емкостное сопротивление

$$R_C = \frac{1}{\omega C}.$$

Индуктивное сопротивление

$$R_L = \omega L.$$

Полное сопротивление цепи переменного тока

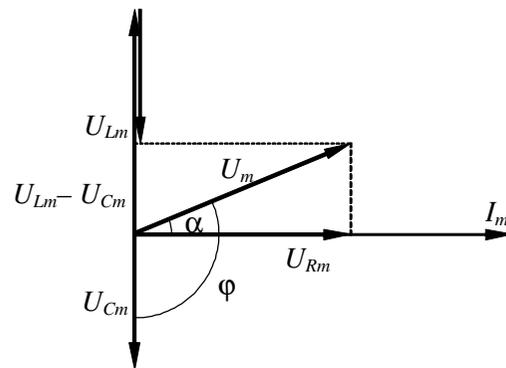


Рисунок 13 – Диаграмма напряжений переменного тока

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Закон Ома для переменного тока

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}},$$

где I_m и U_m – амплитудные значения силы тока и напряжения; ω – циклическая частота переменного тока.

Сдвиг фаз между напряжением и силой переменного тока

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Связь амплитуд напряжений при резонансе для переменного тока

$$U_{Cm} = U_{Lm} = QU_{Rm} = QU_m.$$

Связь амплитуд напряжений и силы тока при резонансе

$$U_{Cm} = U_{Lm} = R_B I_m.$$

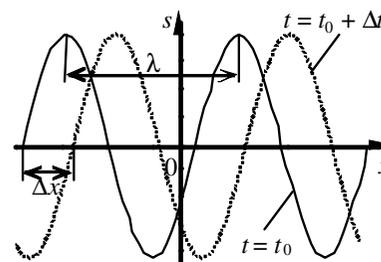


Рисунок 14 – График плоской одномерной бегущей волны $\Delta x = v_\phi \Delta t$

Уравнение плоской (одномерной) бегущей гармонической волны (рисунок 14)

$$s = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где s – смещение колеблющихся точек; A – амплитуда (максимальное значение смещения); ω – круговая частота; t – время;

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ – волновое число; } \lambda \text{ –}$$

длина волны; x – координата точки; φ_0 – начальная фаза.

Уравнение плоской гармонической волны, распространяющейся в произвольном направлении,

$$s = A \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0) = A \cos(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z + \varphi_0),$$

где \vec{k} – волновой вектор (по модулю равный волновому числу и определяющий направление распространения волны).

Фазовая скорость волны

$$v_\phi = \omega/k = \lambda/T.$$

Волновое уравнение в трехмерном случае

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = v_\phi^2 \Delta s,$$

где Δs – оператор Лапласа от смещения.

Волновое уравнение в одномерном случае

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = v_\phi^2 \frac{\partial^2 s}{\partial x^2}.$$

Общее решение волнового уравнения в одномерном случае:

$$s = f_1(x - v_\phi t) + f_2(x + v_\phi t),$$

где f_1 и f_2 – произвольные функции.

Групповая скорость и ее связь с фазовой

$$v_{гр} = \frac{d\omega}{dk} = v_\phi - \lambda \frac{dv_\phi}{d\lambda}.$$

Уравнение одномерной стоячей волны, образующейся при наложении двух встречных бегущих гармонических волн с одинаковыми амплитудами (рисунок 15),

$$y = 2A \cos(\omega t) \cos(kx),$$

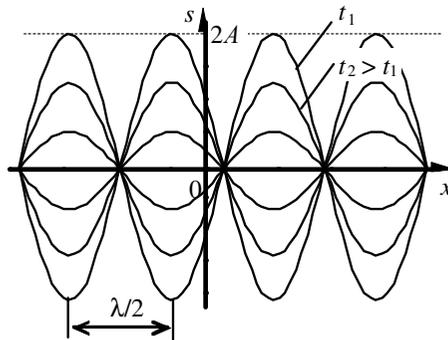


Рисунок 15 – График стоячей волны

где A – амплитуды двух встречных плоских бегущих гармонических волн, при интерференции которых образуется стоячая волна; ω и k – соответственно их круговые частоты и волновые числа.

Амплитуда стоячей волны

$$A_{ст} = 2A |\cos(kx)|.$$

Расстояние между соседними узлами (расстояние между соседними пучностями)

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2}.$$

Скорость звука в газе (при допущении, что процессы, протекающие в газе при распространении упругих волн, являются достаточно быстрыми и поэтому их можно приближенно считать адиабатными)

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}},$$

где γ – постоянная адиабаты; R – универсальная газовая постоянная; T – абсолютная температура; μ – молярная масса газа.

Скорость упругих продольных волн в твердом теле

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где E – модуль Юнга; ρ – плотность вещества. Для поперечных волн скорость задается аналогичным выражением с заменой модуля Юнга на модуль сдвига соответствующего материала.

Объемная плотность энергии упругой бегущей гармонической волны

$$w = \rho \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где ρ – плотность вещества.

Плотность потока энергии упругой волны

$$j = \rho v_{\phi} \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - kx + \phi_0),$$

Интенсивность упругой волны

$$I = \frac{1}{2} \rho v_{\phi} \omega^2 A^2.$$

Зависимость амплитуды незатухающей сферической волны от расстояния до ее источника

$$A \sim \frac{1}{r}.$$

Связь громкости звука с его интенсивностью

$$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0},$$

где $I_0 = 10^{-12}$ Вт/м².

Частота, воспринимаемая приемником при относительном движении источника и приемника сигнала (эффект Доплера для упругих волн),

$$v = v_0 \frac{v_x - v_{пр,x}}{v_x - v_{ист,x}},$$

где v_0 – частота сигнала, испускаемая источником; v_x , $v_{пр,x}$ и $v_{ист,x}$ – соответственно проекции скоростей распространения сигнала (скорости волны), движения источника и движения приемника на ось, проходящую через источник и приемник (ось x). Все скорости рассматриваются в системе отсчета, связанной с упругой средой, по которой распространяются волны.

При выполнении условия $v_{ист} \geq v_{\phi}$ (сверхзвуковое движение) при движении источника образуется ударная волна, получающаяся в результате сложения сферических звуковых волн, испускаемых источником во время движения (рисунок 16).

Частота, воспринимаемая приемником при продольном эффекте Доплера для электромагнитных волн в вакууме (относительная скорость источника и приемника направлена вдоль соединяющей их прямой),

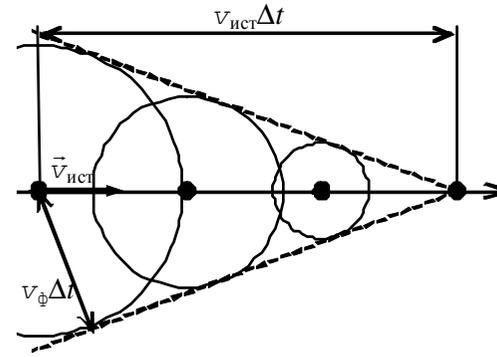


Рисунок 16 – Образование ударной волны при сверхзвуковом движении

$$v = v_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{v}{c}}}{\sqrt{1 + \frac{v}{c}}},$$

где v – относительная скорость источника электромагнитных волн и их приемника; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме.

Частота, воспринимаемая приемником при поперечном эффекте

Доплера для электромагнитных волн (относительная скорость источника и приемника направлена перпендикулярно соединяющей их прямой),

$$v = v_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Волновое уравнение для плоской электромагнитной волны

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2},$$

где E_y – проекция напряженности электрической составляющей на ось y (рисунок 17); ϵ , μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды; ϵ_0 , μ_0 – электрическая и магнитная постоянные.

Фазовая скорость электромагнитной волны

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{n},$$

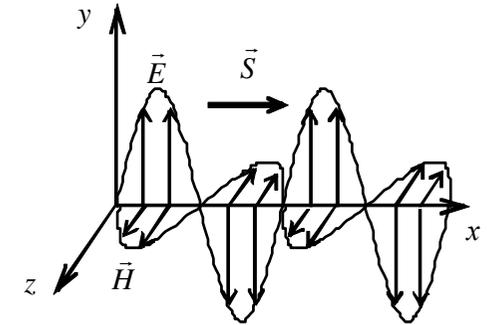


Рисунок 17 – Плоская электромагнитная волна

где n – показатель преломления среды.

В плоской электромагнитной волне модули напряженностей связаны соотношением

$$\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} |\vec{E}| = \sqrt{\mu_0 \mu} |\vec{H}|,$$

где \vec{E}, \vec{H} – напряженности электрического и магнитного полей.

Объемная плотность энергии электромагнитной волны

$$w = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu \mu_0 H^2}{2} = \sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0} EH.$$

Плотность потока энергии электромагнитного поля (вектор Пойнтинга) (см. рисунок 17)

$$\vec{\Pi} = [\vec{E} \vec{H}].$$

Зависимость амплитуд дипольного излучения от расстояния (рисунок 18)

$$E_m \sim H_m \sim \frac{1}{r},$$

где E_m и H_m – амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей соответственно; r – расстояние от излучающего диполя.

Зависимость амплитуды дипольного излучения от угла

$$E_m \sim H_m \sim \sin \theta,$$

где θ – угол между направлением излучения и осью диполя.

Зависимость мощности излучения от ускорения заряда

$$P \sim a_m^2,$$

где a_m – ускорение заряда (при колебаниях – максимальное значение ускорения).

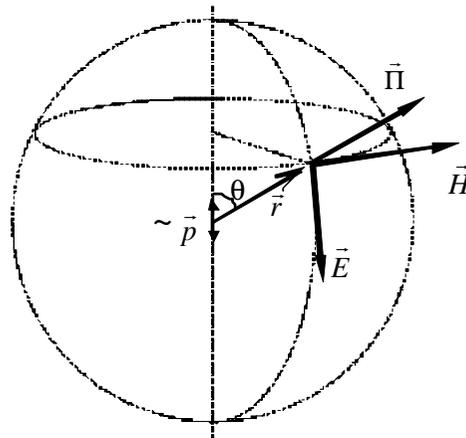


Рисунок 18 – Дипольное излучение

Зависимость мощности излучения диполя от циклической частоты

$$P \sim \omega^4.$$

Оптическая длина пути световой волны

$$L = \int_0^l n(x) dx,$$

где l – геометрическая длина пути; $n(x)$ – зависимость показателя преломления от координаты вдоль луча. Для случая $n = \text{const}$ (однородное) вещество $L = nl$.

Разность фаз двух когерентных волн

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta,$$

где λ_0 – длина волны в вакууме; $\Delta = L_2 - L_1$ – оптическая разность хода двух световых волн.

Радиус когерентности для удаленного источника

$$r_{\text{ког}} = \frac{\lambda}{\Delta\alpha},$$

где $\Delta\alpha$ – угловой размер источника из точки наблюдения.

Условие максимального усиления света при интерференции:

– для разности фаз

$$\Delta\varphi = \pm 2k\pi \quad (k = 0; 1; 2; \dots);$$

– для оптической разности хода

$$\Delta = \pm k\lambda \quad (k = 0; 1; 2; \dots),$$

где λ – длина волны света в среде, в которой происходит интерференция.

Условие максимального ослабления света при интерференции:

– для разности фаз

$$\Delta\varphi = \pm(2k + 1)\pi \quad (k = 0; 1; 2; \dots);$$

– для оптической разности хода

$$\Delta = \pm(2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (k = 0; 1; 2; \dots).$$

Оптическая разность хода двух световых волн от вторичных источников (щелей) до экрана в опыте Юнга

$$\Delta = \frac{xd}{l},$$

где x – координата точки на экране, отсчитываемая от его центра; d – расстояние между щелями; l – расстояние от щелей до экрана (рисунок 19).

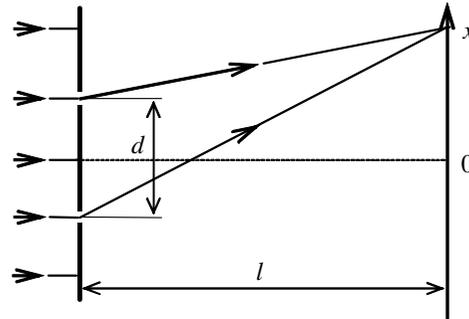


Рисунок 19 – Ход лучей в опыте Юнга

Расстояние между соседними светлыми интерференционными полосами на экране (ширина темной полосы) – расстояние между соседними точками, которым соответствуют максимумы освещенности; расстояние между соседними темными интерференционными полосами на экране (ширина светлой полосы) – расстояние между соседними точками, которым соответствуют минимумы освещенности,

$$\Delta x = \frac{\lambda l}{d}.$$

Оптическая разность хода световых волн, возникающая при отражении монохроматического света от двух поверхностей тонкой пленки и сведении соответствующих лучей в одну точку экрана:

– в случае, когда $n_1 < n, n_2 < n$ или $n_1 > n, n_2 > n$,

$$\Delta = 2dn \cos i_2 \pm \frac{\lambda}{2} = 2d \sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i_1} \pm \frac{\lambda}{2},$$

где d – толщина пленки; n – показатель преломления вещества пленки; i_2 – угол преломления света в пленке; n_1, n_2 – показате-

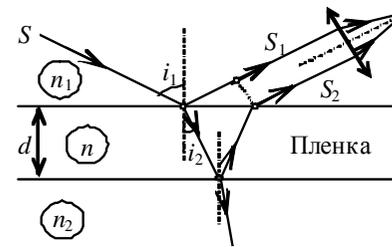


Рисунок 20 – Ход лучей при интерференции в тонкой пленке

ли преломления сред соответственно над и под пленкой; i_1 – угол падения (рисунок 20);
– в случае, когда $n_1 < n, n_2 > n$ или $n_1 > n, n_2 < n$,

$$\Delta = 2dn \cos i_2 = 2d \sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i_1}.$$

Для проходящих лучей света оптическая разность хода изменяется на половину длины волны.

Показатель преломления просветляющего покрытия

$$n = \sqrt{n_{ст}},$$

где $n_{ст}$ – показатель преломления стекла, на которую наносится покрытие.

Минимальная толщина просветляющего покрытия

$$d = \frac{\lambda}{4n}.$$

Радиус темных колец Ньютона в отраженном свете (или светлых в проходящем)

$$r_k = \sqrt{kR\lambda} \quad (k = 0; 1; 2; \dots),$$

где k – номер кольца; R – радиус кривизны линзы.

Радиус светлых колец Ньютона в отраженном свете (или темных в проходящем)

$$r_k = \sqrt{(2k - 1)R \frac{\lambda}{2}} \quad (k = 1; 2; \dots).$$

Радиус зоны Френеля с номером m (рисунок 21)

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda},$$

где a – расстояние от источника света (точка S на рисунке 21) до волновой поверхности; b – расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения (точка P).

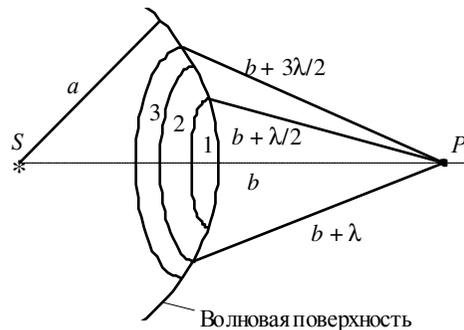


Рисунок 21 – Построение зон Френеля на сферической волновой поверхности

Для плоской световой волны ($a \rightarrow \infty$) $r_m = \sqrt{mb\lambda}$.

Математическое условие применимости геометрической оптики

$$\frac{R^2}{b\lambda} \gg 1,$$

где R – характерный размер препятствия (например, радиус отверстия или непрозрачного диска), на котором происходит дифракция; b – расстояние от препятствия до точки наблюдения.

Математическое условие дифракции Френеля

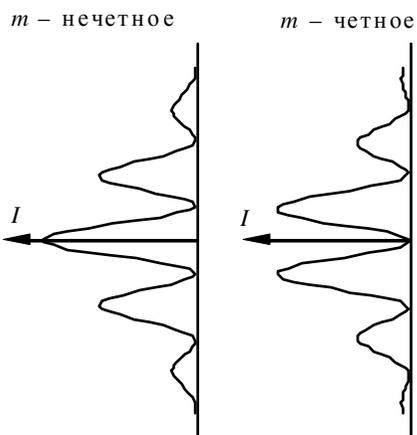


Рисунок 22 – Распределение интенсивности света по экрану при дифракции Френеля на круглом отверстии

$$\frac{R^2}{b\lambda} \sim 1.$$

Математическое условие дифракции Фраунгофера

$$\frac{R^2}{b\lambda} \ll 1.$$

При дифракции Френеля на круглом отверстии в центре экрана будет наблюдаться максимум интенсивности света, если отверстие открывает нечетное число зон Френеля (m на рисунке 22); минимум, если – четное.

При дифракции Фраунгофера на одной щели (нор-

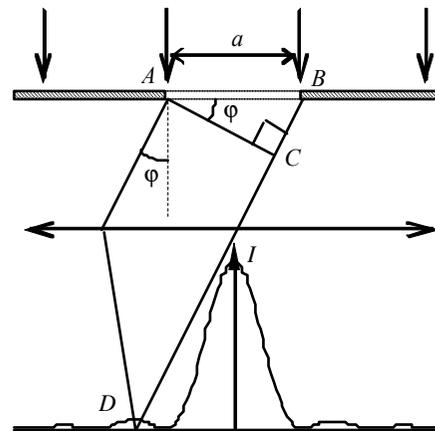


Рисунок 23 – Дифракция Фраунгофера на одной щели и распределение интенсивности света по экрану

мальное падение) условие минимумов (рисунок 23):

$$a \sin \varphi = \pm k\lambda \quad (k = 1; 2; \dots),$$

где a – ширина щели; φ – угол дифракции; k – порядок минимума; λ – длина волны.

Условие максимумов

$$a \sin \varphi' = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (k = 1; 2; \dots),$$

где φ' – приближенное значение угла дифракции; k – порядок максимума.

При дифракции Фраунгофера на дифракционной решетке (нормальное падение) условие главных максимумов (рисунок 24)

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda \quad (k = 0; 1; 2; \dots),$$

где d – период решетки; φ – угол дифракции; k – порядок максимума (спектра).

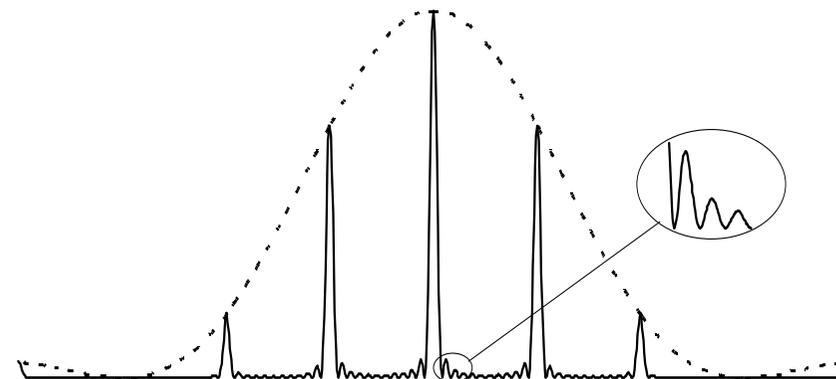


Рисунок 24 – Распределение интенсивности света по экрану при дифракции Фраунгофера на дифракционной решетке ($N = 12$; $d/a = 3$). Пунктирная кривая соответствует интенсивности от одной щели, умноженной на N^2

Условие главных минимумов совпадает с условием минимумов для дифракции на одной щели.

Условие дополнительных минимумов

$$d \sin \varphi = \pm m \frac{\lambda}{N} \quad (m = 1; 2; \dots; N - 1; N + 1; \dots),$$

где N – общее число щелей решетки. Между двумя главными максимумами располагаются $N - 1$ дополнительных минимумов.

Изображения двух близких точечных источников на экране еще будут различимы (критерий Рэлея), если середина центрального дифракционного максимума для одного совпадает с краем центрального максимума для другого (рисунок 25, а). При более близком расположении (см. рисунок 25, б) изображения сливаются.

Разрешающая способность оптического прибора (определяющее

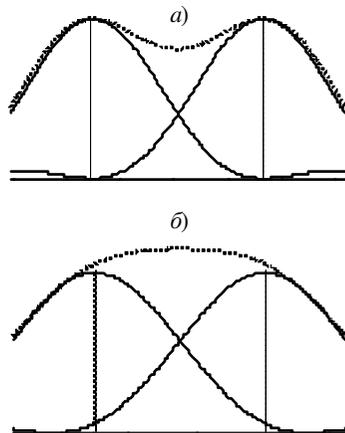


Рисунок 25 – Наложение на экране изображений двух точечных источников

уравнение)

$$R = \frac{1}{\Delta \varphi},$$

где $\Delta \varphi$ – наименьшее угловое расстояние между двумя светлыми точками, при котором их изображения в фокальной плоскости объектива могут быть видны отдельно (рисунок 26).

Разрешающая способность объектива

$$R = \frac{D}{1,22\lambda},$$

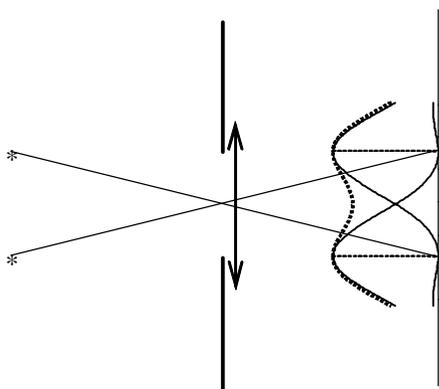


Рисунок 26 – Разрешение изображений двух удаленных источников с помощью оптического прибора

где D – диаметр объектива.

Разрешающая способность спектрального прибора (определяющее уравнение)

$$R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda},$$

где $\Delta \lambda$ – наименьшая разность длин волн соседних спектральных линий (λ и $\lambda + \Delta \lambda$), для которых соответствующие им максимумы могут быть видны отдельно в спектре на экране.

Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = kN,$$

где k – порядок максимумов.

Угловая дисперсия спектрального прибора (определяющее уравнение)

$$D_\varphi = \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda},$$

где $\delta \varphi$ – разница угловых положений максимумов спектральных линий, отличающихся по длине волны на величину $\delta \lambda$.

Угловая дисперсия дифракционной решетки

$$D_\varphi = \frac{k}{d \cos \varphi}.$$

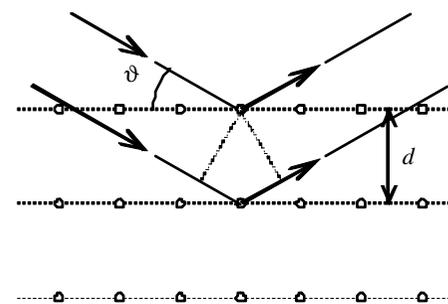


Рисунок 27 – Ход лучей при отражении от атомных плоскостей кристалла

Формула Вульфа-Брэгга (рисунок 27)

$$2d \sin \vartheta = k\lambda,$$

где d – расстояние между атомными плоскостями кристалла; ϑ – угол скольжения (угол между направлением пучка параллельных лучей, падающих на кристалл, и гранью кристалла), определяющий направление, для

которого имеет место дифракционный максимум при зеркальном отражении лучей от атомных плоскостей; k – порядок максимума.

Излучение Вавилова-Черенкова происходит под углом, определяемым соотношением

$$\cos \vartheta = \frac{c}{nv},$$

где c – скорость света в вакууме; n – показатель преломления среды; v – скорость движения заряженной частицы.

Закон Брюстера: луч, отраженный от границы раздела двух диэлектриков, полностью поляризован, если угол падения удовлетворяет условию (рисунок 28)

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{Бр}} = n_{21},$$

где $n_{21} = n_2/n_1$ – относительный показатель преломления второго диэлектрика относительно первого.

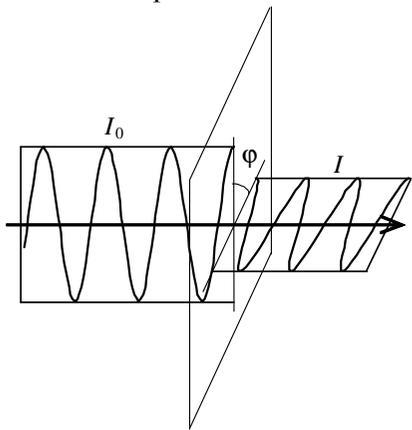


Рисунок 29 – Поворот плоскости поляризации света

Следствие закона Малюса для падения на анализатор естественного света

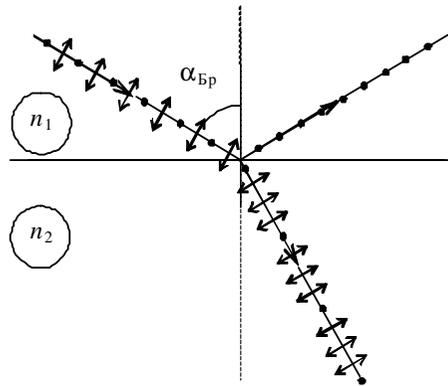


Рисунок 28 – Поляризация света при отражении и преломлении на границе двух диэлектриков

Закон Малюса: интенсивности плоскополяризованных лучей света, соответственно падающего на анализатор (поляризатор) (I_0) и прошедшего через него (I), связаны соотношением (рисунок 29)

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

где φ – угол между плоскостями пропускания (поляризации) лучей света. Здесь предполагается отсутствие поглощения света в анализаторе.

$$I = \frac{1}{2} I_0.$$

Степень поляризации света

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где I_{\max} и I_{\min} – соответственно максимальная и минимальная интенсивности света, пропускаемого анализатором.

Угол поворота плоскости поляризации оптически активных веществ:

– для кристаллов и чистых жидкостей

$$\varphi = \alpha d;$$

– для растворов

$$\varphi = \alpha_1 C d,$$

где α , α_1 – коэффициенты удельного вращения; d – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе; C – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

Закон Бугера для поглощения света

$$I = I_0 e^{-\alpha x},$$

где I – интенсивность света в точке, находящейся на расстоянии x от границы вещества; I_0 – интенсивность света в точке на границе вещества (падающий свет); α – коэффициент поглощения.

Угол отклонения светового луча призмой (формула справедлива для малых углов)

$$\varphi = \Omega(n-1),$$

где Ω – угол при вершине призмы; n – показатель преломления для падающего света.

Соотношение для нормальной дисперсии (как правило, соответствует участкам спектра, для которых коэффициент поглощения относительно мал, т. е. вещество прозрачно)

$$\frac{dn}{d\lambda} < 0.$$

Соотношение для аномальной дисперсии (как правило, соответствует участкам спектра, для которых коэффициент поглощения относительно велик, т. е. вещество практически непрозрачно)

$$\frac{dn}{d\lambda} > 0.$$

3 ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Материальная точка массой $m = 5 \text{ г}$ совершает гармонические колебания с частотой $\nu = 0,5 \text{ Гц}$ и амплитудой $A = 3 \text{ см}$. Определить скорость точки и силу, действующую на нее, в момент времени, когда смещение $x = 1,5 \text{ см}$, а также полную энергию колебаний.

Д а н о:
 $m = 5 \text{ г} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$,
 $\nu = 0,5 \text{ Гц}$,
 $A = 3 \text{ см} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$,
 $x = 1,5 \text{ см} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
 $v, F, E - ?$

Р е ш е н и е
 Уравнение гармонических колебаний имеет вид

$$x = A \cos(\omega t + \varphi),$$

а формулу скорости (точнее, ее проекции) получим, взяв производную

по времени от смещения:

$$v = dx/dt = -A\omega \sin(\omega t + \varphi).$$

Чтобы выразить скорость через смещение, надо исключить из предыдущих формул время. Для этого возведем оба уравнения в квадрат, разделим первое на A^2 , второе на $A^2\omega^2$ и сложим:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2\omega^2} = 1 \quad \text{или} \quad \frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{4\pi^2\nu^2 A^2} = 1.$$

Решив последнее уравнение относительно v , найдем

$$v = \pm 2\pi\nu\sqrt{A^2 - x^2},$$

где знак плюс соответствует случаю, когда направление скорости совпадает с положительным направлением оси x (положительная проекция), знак минус – когда направление скорости противоположно.

Выполнив вычисления по этой формуле, получим

$$v = \pm 2 \cdot 3,14 \cdot 0,5 \cdot \sqrt{(3 \cdot 10^{-2})^2 - (1,5 \cdot 10^{-2})^2} = \pm 8,2 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}.$$

Силу, действующую на точку, найдем по второму закону Ньютона:

$$F = ma,$$

где a – ускорение точки (точнее, его проекция), которое получим, взяв производную по времени от скорости:

$$a = dv/dt = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x.$$

Подставив выражение для ускорения в формулу для силы, получим

$$F = -m\omega^2 x = -4\pi^2\nu^2 mx,$$

где знак минус соответствует противоположному направлению силы и смещения (отрицательная проекция силы).

Подставив в это уравнение значения всех величин, найдем

$$F = -(2 \cdot 3,14 \cdot 0,5)^2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} = -7,4 \cdot 10^{-4} \text{ Н}.$$

Полная энергия гармонических колебаний точки есть сумма кинетической и потенциальной энергий, вычисленных для любого момента времени. Проще всего вычислить полную энергию в момент, когда кинетическая энергия достигает максимального значения. В этот момент потенциальная энергия равна нулю. Поэтому полная энергия E гармонических колебаний равна максимальной кинетической энергии $E_{k,\max}$:

$$E = E_{k,\max} = m v_{\max}^2 / 2.$$

Максимальную скорость v_{\max} определим из формулы для скорости колебаний, положив $\sin(\omega t + \varphi) = -1$: $v_{\max} = \omega A = 2\pi\nu A$. Подставив это выражение в формулу для полной энергии, найдем

$$E = 2\pi^2 m v^2 A^2.$$

Для проверки размерности ответа подставим единицы соответствующих физических величин в конечную формулу:

$$[E] = \text{кг} \cdot \text{Гц}^2 \cdot \text{м}^2 = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}.$$

Подставив значения всех величин в эту формулу и произведя вычисления, получим

$$E = 2 \cdot (3,14 \cdot 0,5 \cdot 3 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 22,1 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

Ответы: $v = \pm 8,2 \text{ см/с}$; $F = -0,74 \text{ мН}$; $E = 22,1 \text{ мкДж}$.

Пример 2. Небольшое тело массой 10 г совершает синусоидальные гармонические колебания с периодом 1 с и нулевой начальной фазой. Определить амплитуду колебаний, если через 0,3 с после их начала кинетическая энергия тела составляла 1,2 мДж.

Д а н о:
 $m = 10 \text{ г}$,
 $T = 1 \text{ с}$,
 $\varphi_0 = 0$,
 $t = 0,3 \text{ с}$,
 $E_k = 1,2 \text{ мДж}$
 $A = ?$

Р е ш е н и е

В соответствии с условием задачи уравнение происходящих гармонических колебаний имеет вид

$$x = A \sin(\omega t),$$

где x – смещение тела от положения равновесия; $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – циклическая частота колебаний.

Проекция скорости тела на направление оси, вдоль которой отсчитывается его смещение, определяется с помощью производной по времени:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t).$$

Поэтому кинетическая энергия тела будет задаваться выражением

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} (\omega A)^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T} t\right).$$

После преобразований получим конечную формулу для амплитуды

$$A = \frac{T}{2\pi \left| \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \right|} \sqrt{\frac{2E_k}{m}}.$$

Здесь использован модуль, вообще говоря, знакопеременной функции, т. к. по определению амплитуда – величина положительная.

Для проверки размерности ответа подставим единицы соответствующих физических величин в конечную формулу:

$$[A] = \frac{\text{с}}{1} \cdot \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = \text{с} \cdot \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{с}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}} = \text{м}.$$

Подставив значения всех величин в эту формулу и произведя вычисления, получим

$$A = \frac{1}{2\pi \left| \cos\left(\frac{2\pi}{1} \cdot 0,3\right) \right|} \sqrt{\frac{2 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3}}{10^{-2}}} = 0,25 \text{ м}.$$

Ответ: $A = 0,25 \text{ м}$.

Пример 3. На невесомом стержне длиной 141 см закреплены два небольших одинаковых груза, один – на нижнем конце, а второй – посередине. Определить период свободных колебаний стержня около оси, проходящей перпендикулярно ему посередине между центром и свободным концом.

Д а н о:
 $l = 141 \text{ см}$,
 $m_1 = m_2$,
 $x_1 = \frac{1}{4} l$,
 $x_2 = \frac{3}{4} l$
 $T = ?$

Р е ш е н и е

Для определения искомого периода воспользуемся соотношением для физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl_C}},$$

где J – момент инерции тела (стержня с грузами) относительно оси вращения; $m = m_1 + m_2 = 2m_1$ – масса тела; g – ускорение свободного падения; l_C – расстояние от оси до центра масс тела.

Центр масс находится посередине между грузами, следовательно, $l_C = \frac{1}{2}l$.

Каждый из грузов принимаем за материальную точку. В этом случае

$$J = J_1 + J_2 = m_1 x_1^2 + m_2 x_2^2,$$

где J_1 – момент инерции первого груза; J_2 – момент инерции второго груза; x_1 – расстояние от оси до первого груза; x_2 – расстояние от оси до второго груза

Поставив выражения из условия задачи, получим

$$J = m_1 \left(\frac{1}{4}l \right)^2 + m_2 \left(\frac{3}{4}l \right)^2 = \frac{5}{8} m_1 l^2.$$

В результате подстановки всех формул в соотношение для периода колебаний получим

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{5}{8} \frac{m_1 l^2}{2m_1 g l}} = 2\pi \sqrt{\frac{5}{8} \frac{l}{g}}.$$

Проверим, дает ли конечная формула единицу времени. Для этого в ее правую часть вместо символов величин подставим обозначения их единиц и используем для их преобразования определения физических величин:

$$[T] = \sqrt{\frac{\text{М} \cdot \text{с}^2}{\text{М}}} = \sqrt{\text{с}^2} = \text{с}.$$

Подставив значения всех величин в конечную формулу и произведя вычисления, получим

$$T = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{5 \cdot 1,41}{8 \cdot 9,8}} = 1,88 \text{ с}.$$

Ответ: $T = 1,88 \text{ с}$.

Пример 4. Частица массы m находится в одномерном силовом поле, где ее потенциальная энергия зависит от координаты x как $U(x) = U_0(1 - \cos ax)$, где U_0 и a – постоянные. Найти период малых колебаний частицы около положения равновесия.

Решение

Положению равновесия соответствует минимум потенциальной энергии. Для его определения возьмем первую производную от потенциальной энергии по координате и приравняем ее нулю

$$\frac{dU(x)}{dx} = aU_0 \sin ax = 0 \Rightarrow x_0 = 0,$$

где x_0 – координата экстремума (точнее, одного из них).

Проверим полученное решение на соответствие минимуму. Для этого определим в этой точке знак второй производной от потенциальной энергии.

$$\frac{d^2U(x)}{dx^2} = a^2 U_0 \cos ax \Rightarrow \left. \frac{d^2U(x)}{dx^2} \right|_{x=x_0} = a^2 U_0 > 0.$$

Положительность второй производной в исследуемой точке доказывает в ней минимальность функции.

Так как в условии задачи ничего не говорится про возможные механизмы перехода энергии из механических форм в тепловые, будем считать, что для рассматриваемой системы выполняется закон сохранения механической энергии в виде

$$E + U = \text{const},$$

где $E = \frac{mv^2}{2}$ – кинетическая энергия частицы; v – скорость

частицы. Так как движение одномерное, то $v_x = \frac{dx}{dt}$, где t – время.

После подстановки получим

$$\frac{m}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + U_0(1 - \cos ax) = \text{const}.$$

Возьмем производную по времени от обеих сторон полученного равенства

$$m \frac{dx}{dt} \frac{d^2x}{dt^2} + aU_0 \frac{dx}{dt} \sin ax = 0.$$

После преобразований получим уравнение

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{a^2U_0}{m} x = 0.$$

Здесь учтено, что для малых колебаний ($ax \ll 1$) $\sin ax \approx ax$. Полученное выражение представляет собой дифференциальное уравнение гармонических колебаний, в котором коэффициент перед координатой является квадратом циклической частоты,

$$\omega_0^2 = \frac{a^2U_0}{m} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{a} \sqrt{\frac{m}{U_0}}.$$

Проверим единицы величин в полученной формуле для периода. Для этого учтем, что из формулы для потенциальной энергии следует $[U_0] = \text{Дж}$; $[a] = \text{м}$.

$$[T] = \text{м} \sqrt{\frac{\text{кг}}{\text{Дж}}} = \sqrt{\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \frac{\text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}^2}} = \text{с}.$$

Ответ: $T = \frac{2\pi}{a} \sqrt{\frac{m}{U_0}}.$

Пример 5. Два одинаково направленных гармонических колебания с одинаковыми амплитудами и периодами складываются в одно колебание, с амплитудой в два раза меньше. Определить разность фаз складываемых колебаний.

Д а н о:

$$A_1 = A_2,$$

$$T_1 = T_2,$$

$$\frac{A_1}{A} = k = 2$$

$\Delta\varphi - ?$

Р е ш е н и е

При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинаковой частоты (т. к. периоды одинаковы) получается гармоническое колебание той же частоты с амплитудой

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})},$$

где φ_{01} и φ_{02} – начальные фазы складываемых колебаний.

В силу того, что частоты колебаний одинаковы, их фазы с течением времени изменяются одинаково. Разность фаз остается постоянной и поэтому может быть определена в начальный момент времени, т. е. $\Delta\varphi = \varphi_{02} - \varphi_{01}$. Перепишем выражение для амплитуды результирующего колебания с учетом условий задачи

$$\left(\frac{A_1}{k}\right)^2 = 2A^2 + 2A^2 \cos(\Delta\varphi),$$

где введено обозначение $A_1 = A_2 = A$.

Из полученного соотношения после сокращений и других несложных преобразований следует окончательная формула для разности фаз

$$\Delta\varphi = \arccos\left(\frac{1-2k^2}{2k^2}\right).$$

Очевидно, что выражение в арккосинусе безразмерное.

Произведем расчет

$$\Delta\varphi = \arccos\left(\frac{1-2 \cdot 2^2}{2 \cdot 2^2}\right) = 151^\circ.$$

Ответ: $\Delta\varphi = 151^\circ$.

Пример 6. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, уравнения которых $x = A_1 \cos(\omega/2)t$; $y = A_2 \cos \omega t$, где $A_1 = 1 \text{ см}$; $A_2 = 2 \text{ см}$; $\omega = \pi \text{ рад/с}$. Найти уравнение траектории точки и построить ее график.

Д а н о:

$$x = A_1 \cos(\omega/2)t,$$

$$y = A_2 \cos \omega t,$$

$$A_1 = 1 \text{ см},$$

$$A_2 = 2 \text{ см},$$

$$\omega = \pi \text{ рад/с}$$

$y(x) - ?$

Р е ш е н и е

Чтобы найти уравнение траектории точки, исключим время t из уравнений взаимно перпендикулярных колебаний, воспользовавшись формулой для половинного угла:

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2},$$

где в данном случае $\alpha = \omega t$. Подставив сюда соотношения из условия задачи

$$\cos(\omega t) = \frac{y}{A_2}; \quad \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) = \frac{x}{A_1},$$

найдем уравнение траектории

$$y = A_2 \left(2 \frac{x^2}{A_1^2} - 1 \right).$$

Полученное выражение представляет собой уравнение параболы (рисунок 30), ось которой совпадает с осью Oy . Из уравнений взаимно перпендикулярных колебаний следует, что смещение точки по осям координат ограничено и заключено в пределах от -1 до $+1$ см по оси Ox и от -2 до $+2$ см по оси Oy .

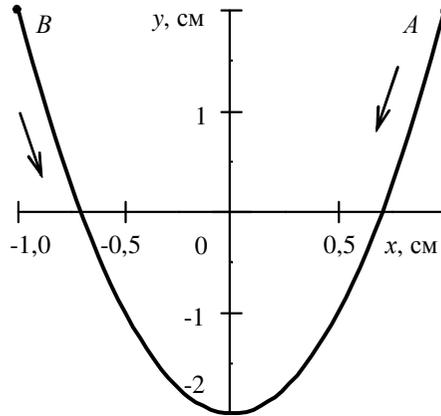


Рисунок 30 – График траектории

Для того чтобы указать направление движения точки, проследим за тем, как изменяется ее положение с течением времени, исходя из уравнений взаимно перпендикулярных колебаний. В начальный момент $t = 0$ координаты точки равны $x(0) = 1$ см и $y(0) = 2$ см (точка A). В последующие моменты времени обе координаты будут уменьшаться, что отражено на рисунке стрелкой над графиком. После того как точка достигнет положения с координатами $x(t_1) = -1$ см и $y(t_1) = 2$ см, где $t_1 = 2$ с (точка B), направление ее движения изменится, так как координата x дальше будет увеличиваться, а координата y — уменьшаться (стрелка под графиком).

Пример 7. Биения образуются при сложении двух гармонических колебаний одного направления. Определить период второго и амплитуду первого колебания, если частота первого 100 Гц, амплитуда второго 50 см, период биений 1 с, а максимальное значение амплитуды 90 см.

Д а н о:
 $\nu_1 = 100$ Гц,
 $A_2 = 50$ см,
 $T_6 = 1$ с,
 $A_{\max} = 90$ см
 $T_2, A_1 - ?$

Р е ш е н и е

Период биений (период относительно медленного изменения амплитуды квазигармонических колебаний)

$$T_6 = \frac{2\pi}{|\Delta\omega|},$$

где $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ — разность циклических частот складываемых колебаний ($\omega_1 = 2\pi\nu_1$, $\omega_2 = 2\pi\nu_2$. Здесь ν_1 и ν_2 — частоты колебаний).

Подставляя эти соотношения в формулу для периода биений, получим

$$|\nu_1 - \nu_2| = \frac{1}{T_6} \Rightarrow \nu_2 = \nu_1 \pm \frac{1}{T_6}.$$

Учет связи между частотой и периодом позволяет получить одно из искомым выражений

$$T_2 = \frac{T_6}{\nu_1 T_6 \pm 1}.$$

Проверка единиц в полученной формуле подтверждает ее правильность:

$$[T_2] = \frac{с}{\text{Гц} \cdot с} = с \cdot \frac{с}{с} = с.$$

Расчет дает

$$T_2 = \frac{1}{100 \cdot 1 \pm 1} = 9,9 \cdot 10^{-3}; 1,01 \cdot 10^{-2} \text{ с.}$$

В силу того, что биения образуются при сложении колебаний с разными частотами, их разность фаз не будет постоянной, а будет относительно медленно изменяться с течением времени. При сложении двух одинаково направленных колебаний метод векторных диаграмм показывает, что амплитуда результирующего колебания определяется по формуле

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\Delta\varphi)},$$

где $\Delta\varphi$ – разность фаз колебаний.

Анализ этого выражения показывает, что амплитуда максимальна при $\Delta\varphi = 0$. Отсюда следует

$$A_{\max} = A_1 + A_2 \Rightarrow A_1 = A_{\max} - A_2.$$

Размерность очевидна, а расчет дает

$$A_1 = 90 - 50 = 40 \text{ см.}$$

Ответы: $T_2 = 9,9 \cdot 10^{-3}$; $1,01 \cdot 10^{-3}$ с, $A_1 = 40$ см.

Пример 8. Определить логарифмический декремент затухания колебаний системы, если период ее затухающих колебаний на 1 % больше периода собственных незатухающих колебаний.

<p>Д а н о:</p> $\frac{\Delta T}{T_0} = 10^{-2}$ $\theta = ?$	<p>Р е ш е н и е</p> <p>Частота затухающих колебаний системы ω связана с частотой ее собственных незатухающих колебаний ω_0 и коэффициентом затухания β:</p> $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}.$
---	---

Выражая логарифмический декремент затухания θ через период затухающих колебаний T ($\theta = \beta T$), а период – через частоту затухающих колебаний ω ($T = 2\pi/\omega$), найдем соотношение между частотами:

$$\omega = \frac{2\pi\omega_0}{\sqrt{4\pi^2 + \theta^2}}.$$

Произведя в последнем уравнении обратный переход от частот к периодам, получим

$$T = T_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\theta}{2\pi}\right)^2},$$

где T_0 – период собственных незатухающих колебаний системы.

Из последнего соотношения найдем выражение для логарифмического декремента затухания:

$$\theta = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta T}{T_0} \left(2 + \frac{\Delta T}{T_0}\right)};$$

подставив в него исходные данные, получим ответ задачи:

$$\theta = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{10^{-2} (2 + 10^{-2})} = 0,628.$$

Очевидно, что конечная формула дает безразмерную величину.

Ответ: $\theta = 0,628$.

Пример 9. Колебательный контур имеет емкость $C = 1,1$ нФ и индуктивность $L = 5$ мГн. Логарифмический декремент затухания $\theta = 0,005$. За какое время вследствие затухания потеряется 99 % энергии контура?

<p>Д а н о:</p> $C = 1,1 \text{ нФ,}$ $L = 5 \text{ мГн,}$ $\theta = 0,005,$ $\frac{\Delta E}{E_0} = k = 0,99$ $t = ?$	<p>Р е ш е н и е</p> <p>Так как логарифмический декремент затухания $\theta \ll 1$, то колебания являются слабозатухающими, и их параметры незначительно отличаются от соответствующих параметров незатухающих колебаний. Докажем это. Для этого найдем период затухающих колебаний T. Для экспоненциального затухания</p>
--	--

$$\theta = \beta T \Rightarrow \beta = \frac{\theta}{T},$$

где β – коэффициент затухания.

В свою очередь период обратно пропорционален циклической частоте ω :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\theta}{T}\right)^2}},$$

где $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ – циклическая частота незатухающих колебаний,

T_0 – соответствующий период.

После несложных преобразований получим

$$T = T_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\theta}{2\pi}\right)^2}.$$

Таким образом, для периодов высказанное утверждение доказано.

По условию отношение оставшейся в контуре энергии E к начальной энергии E_0 через время t составит

$$\frac{E}{E_0} = 1 - k.$$

Для колебаний, не слишком сильно отличающихся от гармонических, запасенная в системе энергия пропорциональна квадрату амплитуды. В соответствии с этим

$$\frac{A}{A_0} = \sqrt{1 - k},$$

где A – амплитуда в момент времени t ; A_0 – амплитуда в начальный момент времени.

Для экспоненциального затухания

$$A = A_0 \exp(-\beta t) \Rightarrow A = A_0 \exp\left(-\frac{\theta}{T} t\right) \approx A_0 \exp\left(-\frac{\theta}{T_0} t\right).$$

Отсюда

$$t \approx -\frac{T_0}{\theta} \ln(\sqrt{1 - k}).$$

Для колебательного контура $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$.

Окончательно получим

$$t \approx -\frac{2\pi\sqrt{LC}}{\theta} \ln(\sqrt{1 - k}).$$

В соответствии с формулой Томсона в проверке единиц нет необходимости. Произведем вычисления:

$$t = -\frac{2\pi\sqrt{5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,1 \cdot 10^{-9}}}{5 \cdot 10^{-3}} \ln(\sqrt{1 - 0,99}) = 6,8 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

Ответ: $t = 6,8$ мс.

Пример 10. Колебательный контур состоит из идеального соленоида длиной 20 см с обмоткой из медного провода площадью сечения 1 мм², намотанного на немагнитный каркас, и конденсатора. Определить емкость конденсатора, если добротность контура равна 20.

<p>Д а н о:</p> <p>$l_c = 20 \text{ см} = 2 \cdot 10^{-1} \text{ м},$ $S = 1 \text{ мм}^2 = 10^{-6} \text{ м}^2,$ $\mu = 1,$ $Q = 20$ $C = ?$</p>	<p>Р е ш е н и е.</p> <p>Добротность колебательного контура определяется характеристиками составляющих его элементов:</p> $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}},$
--	---

где в данном случае R – сопротивление обмотки соленоида; L – его индуктивность.

Сопротивление обмотки определяется длиной провода l и удельным сопротивлением материала ρ , из которого он изготовлен (по таблицам для меди $\rho = 1,72 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$). В свою очередь, длина провода равна произведению числа витков N на длину одного витка ($2\pi r$, где r – радиус соленоида). В результате сопротивление

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{\rho N 2\pi r}{S}.$$

Индуктивность идеального (достаточно длинного) соленоида

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2}{l_c} S_c,$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнитная постоянная; μ – магнитная проницаемость материала сердечника (т. к. в условии сказано, что он немагнитный, то принимаем $\mu \approx 1$); $S_c = \pi r^2$ – площадь поперечного сечения сердечника.

После подстановки соотношений для сопротивления и индуктивности в формулу для добротности число витков и радиус соленоида сократятся. Решая ее относительно емкости конденсатора, получим

$$C = \frac{\mu_0}{4\pi l_c} \left(\frac{S}{\rho Q} \right)^2.$$

Проверим, дает ли конечная формула единицу емкости. Для этого в ее правую часть вместо символов величин подставим обозначения их единиц и используем для их преобразования определения физических величин:

$$[C] = \frac{\text{Гн}}{\text{м} \cdot \text{м}} \left(\frac{\text{м}^2}{\text{Ом} \cdot \text{м}} \right)^2 = \frac{\text{Гн}}{\text{Ом}^2} = \frac{\text{Вб} \cdot \text{А}^2}{\text{А} \cdot \text{В}^2} = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{А} \cdot \text{Кл}}{\text{В} \cdot \text{Дж}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{А} \cdot \text{Ф}}{\text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} = \text{Ф}.$$

Произведем вычисления:

$$C = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi \cdot 0,2} \left(\frac{10^{-6}}{1,72 \cdot 10^{-8} \cdot 20} \right)^2 = 4,23 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}.$$

Ответ: $C = 4,23 \text{ мкФ}$.

Пример 11. Маятник совершает затухающие колебания с периодом $T = 0,999 \text{ с}$. Определить, во сколько раз уменьшится амплитуда за два полных колебания, если резонансная частота колебаний этого маятника равна $\nu_p = 1 \text{ Гц}$.

Д а н о:

$$N = 2,$$

$$T = 0,999 \text{ с},$$

$$\nu_p = 1 \text{ Гц}$$

$$\frac{A_0}{A} - ?$$

Р е ш е н и е

Амплитуда затухающих колебаний уменьшается с течением времени по закону $A = A_0 \exp(-\beta t)$, где A_0 – начальная амплитуда; β – коэффициент затухания. Время, соответствующее N полным колебаниям, $t = NT$. Отсюда получим

$$\frac{A_0}{A} = \exp(\beta NT).$$

Резонансная частота Ω_p , частота затухающих колебаний ω и частота собственных незатухающих колебаний ω_0 (циклические частоты) связаны между собой соотношениями

$$\Omega_p^2 = \omega_0^2 - 2\beta^2, \omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2,$$

откуда получим

$$\beta^2 = \omega^2 - \Omega_p^2 = 4\pi^2 \left(\frac{1}{T^2} - \nu_p^2 \right),$$

или

$$\beta T = 2\pi \sqrt{1 - (\nu_p T)^2}.$$

Здесь использованы соотношения между частотами и периодом $\omega = 2\pi\nu$, $\omega = 2\pi/T$.

После подстановки последнего уравнения в формулу для отношения амплитуд найдем

$$\frac{A_0}{A} = \exp \left[2\pi N \sqrt{1 - (\nu_p T)^2} \right].$$

Очевидно, что конечная формула дает безразмерную величину.

Произведем вычисления, используя данные задачи:

$$\frac{A_0}{A} \approx \exp \left[2 \cdot 3,14 \cdot 2 \sqrt{1 - (0,999)^2} \right] \approx 1,75.$$

Ответ: амплитуда уменьшится в 1,75 раза.

Пример 12. Собственная частота незатухающих колебаний маятника составляет 500 Гц. Определить для него первую резонансную частоту, если частота затухающих колебаний равна 499 Гц.

Д а н о:

$$\nu_0 = 500 \text{ Гц},$$

$$\nu = 499 \text{ Гц}$$

$$\frac{A_0}{A} - ?$$

Р е ш е н и е

Сначала перейдем к соответствующим циклическим частотам (с соответствующими индексами)

$$\omega = 2\pi\nu; \quad \omega_0 = 2\pi\nu_0; \quad \omega_p = 2\pi\nu_p.$$

Циклическую частоту затухающих колебаний можно рассчитать по формуле

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2,$$

где β – коэффициент затухания в колебательной системе.

Первую резонансная частота можно рассчитать по формуле

$$\omega_p^2 = \omega_0^2 - 2\beta^2.$$

Исключая из двух последних соотношений $2\beta^2$, получим

$$\omega_p^2 = 2\omega^2 - \omega_0^2.$$

Переход от циклических частот к обычным дает

$$\nu_p = \sqrt{2\nu^2 - \nu_0^2}.$$

Равенство размерностей в полученном соотношении очевидно. Произведем расчет:

$$\nu_p = \sqrt{2 \cdot 499^2 - 500^2} = 498 \text{ Гц.}$$

Ответ: $\nu_p = 498$ Гц.

Пример 13. *Определить длину волны, на которую будет резонировать контур, составленный из катушки индуктивности $L = 0,01$ мГн и конденсатора, первоначально заряженного зарядом $q = 2,5$ мкКл. Максимальное напряжение на конденсаторе $U_m = 100$ В.*

Д а н о:	Р е ш е н и е
$L = 0,01$ мГн, $q = 2,5$ мкКл, $U_m = 100$ В	По условию задачи в начальный момент времени вся энергия запасена в конденсаторе, следовательно, заданное значение заряда конденсатора в последующих колебаниях является максимальным значениям, т. е. достигается в те же моменты времени, что и напряжение U_m . В соответствии с определением электроемкости конденсатора
$\lambda = ?$	

$$C = \frac{q}{U_m}.$$

Термин "... резонировать ..." означает, что под действием электромагнитной волны в контуре будут возникать вынужденные колебания и будет наблюдаться резонанс, что имеет место при совпадении циклической частоты собственных (незатухающих) колебаний контура ω_0 с циклической частотой колебаний в электромагнитной волне ω . В данном случае удобно перейти к периодам

$$T = T_0,$$

где $T = \frac{\lambda}{c}$ – период колебаний в электромагнитной волне;

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{L \frac{q}{U_m}} \text{ – период собственных (незатухающих)}$$

колебаний контура; c – скорость света в вакууме (скорость электромагнитной волны).

Подставив эти соотношения в равенство для периодов, получим

$$\frac{\lambda}{c} = 2\pi\sqrt{L \frac{q}{U_m}}.$$

Отсюда находим соотношение для определения длины электромагнитной волны

$$\lambda = 2\pi c \sqrt{\frac{qL}{U_m}}.$$

В правую часть полученного выражения вместо символов величин подставим обозначения их единиц и используем для их преобразования определения физических величин:

$$[\lambda] = \frac{\text{м}}{\text{с}} \sqrt{\frac{\text{Кл} \cdot \text{Гн}}{\text{В}}} = \text{м} \sqrt{\frac{\text{Кл}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{Кл}}{\text{Дж}} \cdot \frac{\text{Вб}}{\text{А}}} = \text{м} \sqrt{\frac{\text{А}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} \cdot \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{А}}} = \text{м} \sqrt{\frac{\text{А} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Н} \cdot \text{А} \cdot \text{м}}} = \text{м}.$$

Произведем вычисления:

$$\lambda = 2\pi \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot \sqrt{\frac{2,5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-5}}{10^2}} = 942,5 \text{ м.}$$

Ответ: $\lambda = 942,5 \text{ м.}$

Пример 14. Соленоид длиной $l = 50 \text{ см}$ и площадью поперечного сечения $S = 10 \text{ см}^2$ включен в цепь переменного тока с частотой $\nu = 50 \text{ Гц}$. Определить число витков соленоиды, если его активное сопротивление $R = 4,1 \text{ Ом}$, а сдвиг фаз между напряжением и током составляет $\varphi = 60^\circ$.

Д а н о:
 $l = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м},$
 $S = 10 \text{ см}^2 = 10^{-3} \text{ м}^2,$
 $\nu = 50 \text{ Гц},$
 $R = 4,1 \text{ Ом},$
 $\varphi = 60^\circ$
 $N - ?$

Р е ш е н и е
 При отсутствии в цепи переменного тока конденсатора сдвиг фаз между напряжением и током определяется по формуле

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L}{R},$$

где $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота; $L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$ – индуктивность соленоиды. Здесь принято, что сердечник соленоиды отсутствует, вследствие чего $\mu = 1$.

Подставив указанные соотношения в формулу для сдвига фаз и выразив число витков, найдем

$$N = \sqrt{\frac{Rl \operatorname{tg}\varphi}{2\pi\nu\mu_0 S}}.$$

Проверим, является ли число витков по конечной формуле безразмерным. Для этого в ее правую часть вместо символов величин подставим обозначения их единиц и используем для их преобразования определения физических величин:

$$[N] = \sqrt{\frac{\text{Ом} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{Гц} \cdot \text{Гн} \cdot \text{м}^2}} = \sqrt{\frac{\text{В} \cdot \text{с} \cdot \text{А}}{\text{А} \cdot \text{Вб}}} = \sqrt{\frac{\text{Дж} \cdot \text{с}}{\text{Кл} \cdot \text{Тл} \cdot \text{м}^2}} = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{А} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^2}} = 1.$$

Произведем вычисления:

$$N = \sqrt{\frac{4,1 \cdot 0,5 \cdot 1,73}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 1,26 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-3}}} = 3000.$$

Ответ: $N = 3000.$

Пример 15. Плоская гармоническая волна распространяется вдоль прямой со скоростью $v = 20 \text{ м/с}$. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях $x_1 = 12 \text{ м}$ и $x_2 = 15 \text{ м}$ от источника волн, колеблются с разностью фаз $\Delta\varphi = 0,75\pi$. Найти длину волны λ , написать уравнение волны и найти смещение указанных точек в момент $t = 1,2 \text{ с}$, если амплитуда колебаний $A = 0,1 \text{ м}$.

Д а н о:
 $v = 20 \text{ м/с},$
 $x_1 = 12 \text{ м},$
 $x_2 = 15 \text{ м},$
 $\Delta\varphi = 0,75\pi \text{ рад},$
 $A = 0,1 \text{ м},$
 $t = 1,2 \text{ с}$
 $\lambda, s_1, s_2 - ?$

Р е ш е н и е
 Точки, находящиеся друг от друга на расстоянии, равном длине волны λ , колеблются с разностью фаз, равной 2π ; точки, находящиеся друг от друга на любом расстоянии Δx , колеблются с разностью фаз

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta x}{\lambda} = \frac{2\pi(x_2 - x_1)}{\lambda}.$$

Решая это равенство относительно λ , получим

$$\lambda = \frac{2\pi(x_2 - x_1)}{\Delta\varphi}.$$

Подставив числовые значения, определим величину λ :

$$\lambda = \frac{2\pi(15 - 12)}{0,75\pi} = 8 \text{ м.}$$

Для того чтобы написать уравнение плоской гармонической волны, надо также определить значение циклической частоты ω . Она связана с периодом колебаний T соотношением $\omega = 2\pi/T$. В свою очередь, период связан с длиной волны и ее скоростью $T = \lambda/v$. Отсюда $\omega = 2\pi v/\lambda$.

Произведем вычисления:

$$\omega = \frac{2\pi \cdot 20}{8} = 5\pi \text{ рад/с.}$$

Волновое число k , входящее в уравнение плоской гармонической волны $s = A \cos(\omega t - kx + \varphi)$, определим с помощью соотношения, связывающего его с длиной волны: $k = 2\pi/\lambda$. После вычислений найдем

$$k = \frac{2\pi}{8} = 0,25\pi \text{ (м}^{-1}\text{)}.$$

Окончательно уравнение плоской гармонической волны

$$s = 0,1 \cos(5\pi t - 0,25\pi x + \varphi).$$

Здесь смещение s и координата x выражены в метрах, время t – в секундах, а значение начальной фазы φ остается произвольным.

С помощью полученного уравнения определим смещения указанных в задаче точек, подставив в него значения соответствующих координат и времени:

$$s_1 = 0,1 \cos(5\pi \cdot 1,2 - 0,25\pi \cdot 12) = 0,1 \cos(3\pi) = -0,1 \text{ м;}$$

$$s_2 = 0,1 \cos(5\pi \cdot 1,2 - 0,25\pi \cdot 15) = 0,1 \cos(2,25\pi) = -0,0707 \text{ м,}$$

где принято, что начальная фаза равна нулю.

Размерности ответов очевидны.

Ответы: $\lambda = 8 \text{ м; } s_1 = -10 \text{ см; } s_2 = -7,07 \text{ см.}$

Пример 16. Найти зависимость между групповой и фазовой скоростями волны в случае, когда фазовая скорость пропорциональна волновому числу.

Д а н о:	Р е ш е н и е
$v_\phi \sim k$	Запишем закон пропорциональности в виде
$v_{гр}(v_\phi) - ?$	
	$v_\phi = \frac{v_{\phi,0}}{k_0} k,$

где $v_{\phi,0}$ – значение фазовой скорости при волновом числе, равном k_0 .

Подставим в это соотношение выражение фазовой скорости волны через ее циклическую частоту ω и волновое число:

$$\frac{\omega}{k} = \frac{v_{\phi,0}}{k_0} k.$$

Отсюда следует

$$\omega = \frac{v_{\phi,0}}{k_0} k^2.$$

Теперь используем формулу, связывающую групповую скорость волны с ее циклической частотой и волновым числом,

$$v_{гр} = \frac{d\omega}{dk}.$$

После взятия производной получим

$$v_{гр} = 2 \frac{v_{\phi,0}}{k_0} k.$$

Сравнение полученной формулы с исходным законом пропорциональности для фазовой скорости дает

$$v_{гр} = 2v_\phi.$$

Ответ: $v_{гр} = 2v_\phi.$

Пример 17. При наблюдении спектральной линии с длиной волны $0,59 \text{ мкм}$ в направлениях на противоположные края солнечного диска на его экваторе обнаружили различие в длинах волн на $8,0 \text{ пм}$. Найти период вращения Солнца вокруг собственной оси.

Д а н о:	Р е ш е н и е
$\lambda = 0,59 \text{ мкм,}$	Анализ величин в условии ($\delta\lambda \ll \lambda$) позволяет сделать вывод, что скорость точек на краях солнечного диска v много меньше скорости света, т. е. $v \ll c$. В соответствии с
$\delta\lambda = 8,0 \text{ пм}$	
$T - ?$	

этим можно будет воспользоваться приближенными соотношениями для эффекта Доплера, учитывающими малость скорости источника света.

Для точки, приближающейся к наблюдателю, частота принимаемого излучения

$$\nu_2 = \nu_0 \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} \approx \nu_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right),$$

где ν_0 – частота излучаемого света.

Для точки, удаляющейся от наблюдателя, частота принимаемого излучения

$$\nu_1 = \nu_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}} \approx \nu_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right).$$

Из полученных соотношений следует выражение для относительного изменения частоты

$$\frac{\delta\nu}{\nu_0} = 2 \frac{v}{c}.$$

Из связи частоты с длиной волны $\nu = \frac{c}{\lambda}$ следует:

$$\delta\nu \approx \frac{c}{\lambda^2} \delta\lambda \Rightarrow \delta\lambda = 2\lambda_0 \frac{v}{c}.$$

Отсюда линейная скорость точки на экваторе Солнца

$$v = \frac{\delta\lambda}{\lambda} \frac{c}{2}.$$

С другой стороны,

$$v = \frac{2\pi R}{T},$$

где $R = 6,97 \cdot 10^8$ м – радиус Солнца.

Приравняв два выражения для скорости, получим

$$T = \frac{4\pi R\lambda}{c\delta\lambda}.$$

Проверим, соответствует ли единица конечной формулы секундам. Для этого в ее правую часть вместо символов величин подставим обозначения их единиц и используем для их преобразования определения физических величин:

$$[T] = \frac{\text{м}^2}{\text{м}} \cdot \frac{\text{с}}{\text{м}} = \text{с}.$$

Произведем вычисления:

$$T = \frac{4\pi \cdot 6,97 \cdot 10^8 \cdot 5,9 \cdot 10^{-7}}{3 \cdot 10^8 \cdot 8 \cdot 10^{-12}} = 2,15 \cdot 10^6 \text{ с}.$$

Ответ: $T = 2,15 \cdot 10^6 \text{ с} = 25 \text{ сут.}$

Пример 18. Плоская синусоидальная электромагнитная волна распространяется в направлении оси Ox . Определить, какая энергия будет перенесена через площадку площадью 10 см^2 , расположенную перпендикулярно этой оси, за 5 мин, намного большее периода волны. Амплитуда напряженности электрического поля равна 50 мкВ/м , амплитуда напряженности магнитного поля – $0,2 \text{ мА/м}$.

Д а н о:
 $S = 10 \text{ см}^2$,
 $\Delta t = 5 \text{ мин}$,
 $E_m = 50 \text{ мкВ/м}$,
 $H_m = 0,2 \text{ мА/м}$
 $\Delta W = ?$

Р е ш е н и е
 Перенос энергии электромагнитным полем определяется с помощью плотности потока энергии – вектора Пойнтинга

$$\vec{\Pi} = [\vec{E}\vec{H}],$$

где \vec{E} – вектор напряженности электрического поля; \vec{H} – вектор напряженности магнитного поля.

В соответствии с определением плотности потока энергии

$$\int_0^{\Delta t} \left(\int_S \vec{\Pi} \vec{n} dS \right) dt,$$

где \vec{n} – нормаль к элементу поверхности dS .

Так как направление волны перпендикулярно площадке, то $\vec{P} \cdot \vec{n} = P$, а, так как в плоской электромагнитной волне $\vec{E} \perp \vec{H}$, то $P = EH$. Кроме того, модуль вектора Пойнтинга одинаков во всех точках площадки. В результате выражение для перенесенной энергии упрощается:

$$\Delta W = S \int_0^{\Delta t} EH dt.$$

Для плоской электромагнитной волны проекции векторов \vec{E} и \vec{H} зависят от времени по одному и тому же закону

$$E_y = E_m \cos(\omega t - kx + \varphi_0); \quad H_z = H_m \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – циклическая частота; k – волновое число; φ_0 – начальная фаза; T – период волны.

Подстановка этих законов в интеграл дает

$$\Delta W = SE_m H_m \int_0^{\Delta t} \cos^2(\omega t - kx + \varphi_0) dt.$$

По теореме о среднем

$$\int_0^{\Delta t} \cos^2(\omega t - kx + \varphi_0) dt = \Delta t \langle \cos^2(\omega t - kx + \varphi_0) \rangle,$$

где среднее значение $\langle \cos^2(\omega t - kx + \varphi_0) \rangle = \frac{1}{2}$, т. к. по условию

$\Delta t \gg T$.

Окончательно получим

$$\Delta W = \frac{1}{2} SE_m H_m \Delta t.$$

Проверим соответствие единиц используемых и искомой величин:

$$[\Delta W] = \frac{\text{м}^2}{\text{м}} \cdot \frac{\text{В}}{\text{м}} \cdot \frac{\text{А}}{\text{м}} \cdot \text{с} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} \cdot \text{А} \cdot \text{с} = \frac{\text{Дж}}{\text{А} \cdot \text{с}} \cdot \text{А} \cdot \text{с} = \text{Дж}.$$

Произведем вычисления:

$$\Delta W = 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 60 = 1,5 \cdot 10^{-9} \text{ Дж}.$$

Ответ: $\Delta W = 1,5 \cdot 10^{-9}$ Дж.

Пример 19. Излучение с длиной волны 0,8 мкм от двух когерентных источников попадает на экран, где наблюдается интерференционная картина. Когда на пути излучения от одного из источников перпендикулярно лучу поместили мыльную пленку с показателем преломления 1,33, интерференционная картина изменилась на противоположную. При какой наименьшей толщине пленки это возможно?

Д а н о:
 $\lambda = 0,8$ мкм,
 $n = 1,33$
 $d = ?$

Р е ш е н и е

Изменение интерференционной картины на противоположную означает, что на тех участках экрана, где наблюдались максимумы, стали наблюдаться минимумы. Такой сдвиг интерференционной картины возможен при изменении оптической разности хода световых лучей на нечетное число длин полуволн, т. е.

$$\Delta_2 - \Delta_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2},$$

где Δ_2 – оптическая разность хода световых лучей после внесения пленки; Δ_1 – оптическая разность хода световых лучей до внесения пленки; $k = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$. Наименьшей толщине соответствует $k = 0$. При этом вышеприведенная формула примет вид

$$\Delta_2 - \Delta_1 = \frac{\lambda}{2}.$$

Оптические разности хода выразим через оптические длины пути от источников (l_1 и l_2) до точки экрана:

$$\Delta_1 = l_1 - l_2; \quad \Delta_2 = (l_1 - d) + nd - l_2 = l_1 - l_2 + d(n - 1).$$

Подставим полученные выражения в формулу для изменения оптической разности хода

$$d(n-1) = \frac{\lambda}{2}.$$

Отсюда

$$d = \frac{\lambda}{2(n-1)}.$$

Размерность конечной формулы очевидна.

Произведем вычисления:

$$d = \frac{0,8}{2(1,33-1)} = 1,21 \text{ мкм.}$$

Ответ: $d = 1,21 \text{ мкм.}$

Пример 20. На толстую стеклянную пластинку, покрытую очень тонкой пленкой, показатель преломления вещества которой $n_2 = 1,4$, падает параллельный пучок монохроматического света ($\lambda = 0,6 \text{ мкм}$) под углом $i_1 = 60^\circ$. Отраженный свет максимально ослаблен вследствие интерференции. Определить толщину пленки.

Д а н о:
 $n_2 = 1,4$,
 $\lambda = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$,
 $i_1 = 60^\circ$
 $d = ?$

Р е ш е н и е

Из световой волны, падающей на пленку, выделим узкий пучок SA . В точках A , B и C падающий пучок частично отражается и частично преломляется. Отраженные пучки света AS_1 и BCS_2 падают на собирающую линзу L ,

пересекаются в ее фокусе F , находящемся на поверхности экрана, и интерferируют между собой (рисунок 31).

Так как показатель преломления воздуха ($n_1 \approx 1$) меньше показателя преломления вещества пленки ($n_2 = 1,4$), который, в свою очередь, меньше показателя преломления стекла ($n_3 \approx 1,5$), то в обоих случаях (в точках A и B) отражение происходит от среды оптически более плотной, чем та среда, в которой идет падающая волна. Поэтому фаза колебания пучка света AS_1 при отражении в точке A изменяется на π рад и точно так же изменяется фаза колебания пучка света BCS_2 при отражении в точке B . Следовательно, результат интерференции этих пучков света

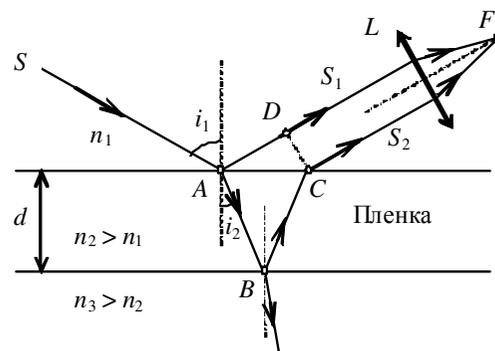


Рисунок 31 – Ход лучей в тонкой пленке

при пересечении в фокусе F линзы будет такой же, как если бы никакого изменения фазы колебаний ни у того, ни у другого пучка не было. Оптическая разность хода интерферирующих волн (здесь учтено, что $n_1 \approx 1$)

$$\Delta = (AB + BC)n_2 - ADn_1 = 2d\sqrt{n_2^2 - \sin^2 i_1}.$$

Условие максимального ослабления света при интерференции состоит в том, что оптическая разность хода Δ интерферирующих волн должна быть равна нечетному числу полуволн: $\Delta = (2k + 1)(\lambda/2)$. Следовательно, в рассматриваемом случае условие минимума интенсивности света примет вид

$$2d\sqrt{n_2^2 - \sin^2 i_1} = \frac{(2k + 1)\lambda}{2},$$

откуда искомая толщина пленки

$$d = \frac{(2k + 1)\lambda}{4\sqrt{n_2^2 - \sin^2 i_1}}.$$

Размерность конечной формулы очевидна.

Подставив в последнюю формулу числовые значения из условия и произведя вычисления, найдем

$$d = \frac{(2k + 1)}{4\sqrt{1,96 - 0,75}} 6 \cdot 10^{-7} = 1,36 \cdot 10^{-7} (2k + 1) \text{ м.}$$

Полагая $k = 0; 1; \dots$, получим ряд возможных значений толщины пленки: $d_0 = 1,36 \cdot 10^{-7} \text{ м}$; $d_1 = 4,09 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ и т. д.

Ответы: $d_0 = 0,136 \cdot \text{мкм}$; $d_1 = 0,409 \cdot \text{мкм}$; $d_2 = 0,682 \cdot \text{мкм}$; ...

Пример 21. Установка для получения колец Ньютона освещается светом от ртутной дуги, падающим нормально. Наблюдение производится в проходящем свете. Какое по порядку светлое кольцо, соответствующее линии 579,1 нм, совпадает со следующим светлым кольцом, соответствующим линии 577 нм?

Д а н о:
 $\lambda_1 = 579,1$ нм,
 $\lambda_2 = 577$ нм,
 $k_2 = k_1 + 1$
 $k_1 = ?$

Р е ш е н и е
 Радиус светлого кольца Ньютона, наблюдаемого в проходящем свете, определяется по формуле

$$r = \sqrt{kR\lambda},$$

где k – номер кольца; R – радиус кривизны линзы; λ – длина волны света в промежутке между линзой и плоской стеклянной пластинкой.

В соответствии с условием задачи (кольца совпадают, значит, равны их радиусы)

$$\sqrt{k_1 R \lambda_1} = \sqrt{k_2 R \lambda_2}.$$

Подставим условие для номеров колец:

$$\sqrt{k_1 R \lambda_1} = \sqrt{(k_1 + 1) R \lambda_2}.$$

После преобразований из этого соотношения получим

$$k_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}.$$

Размерность конечной формулы очевидна.

После подстановки исходных данных найдем

$$k_1 = \frac{577}{579,1 - 577} = 275.$$

Ответ: $k_1 = 275$.

Пример 22. На диафрагму с отверстием нормально падает параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. На экране, удаленном на 2 м, наблюдается тем-

ное пятно. В таком же опыте, но с точечным источником света, расположенным на расстоянии 1 м от диафрагмы, темное пятно наблюдается на экране, удаленном на 1 м от диафрагмы. Определить диаметр отверстия.

Д а н о:
 $\lambda = 0,6$ мкм = $6 \cdot 10^{-7}$ м,
 $b_1 = 2$ м,
 $a_2 = 1$ м,
 $b_2 = 1$ м
 $D = ?$

Р е ш е н и е

Темное пятно на экране наблюдается, если при дифракции Френеля на круглом отверстии открыто четное число зон. Радиус зоны Френеля с четным номером m по условиям задачи, с одной стороны, должен быть в два раза меньше диаметра отверстия: $r_m = D/2$. С другой стороны, радиусы зон Френеля определяются соответствующими расстояниями (a и b) и длиной волны λ :

$$r_m = \sqrt{b_1 m_1 \lambda}, \quad r_m = \sqrt{\frac{a_2 b_2}{a_2 + b_2} m_2 \lambda}.$$

В этих соотношениях три неизвестных: r_m , m_1 и m_2 , поэтому для решения задачи необходимо учесть дополнительные обстоятельства. Во-первых, номера зон Френеля должны быть целыми и четными, а, во-вторых, темное пятно реально наблюдается при условии, что в отверстии укладывается небольшое число зон. Поэтому примем, что $m_1 < 10$ и $m_2 < 10$.

Для определения чисел зон Френеля для рассматриваемых условий найдем их отношение из приведенных формул

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{(a_2 + b_2)b_1}{a_2 b_2} = \frac{(1+1) \cdot 2}{1 \cdot 1} = 4.$$

С учетом вышесказанного следует принять $m_1 = 2$ и $m_2 = 8$. Тогда, на основании первых соотношений и выражения для диаметра отверстия, получим

$$D = 2\sqrt{b_1 m_1 \lambda}.$$

Размерность конечной формулы очевидна.

После подстановки исходных данных и полученного значения для m_1 , найдем

$$D = 2\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 10^{-7}} = 0,0031 \text{ м.}$$

Ответ: $D = 3,1 \text{ мм.}$

Пример 23. На щель шириной $0,05 \text{ мм}$ нормально падает параллельный пучок света от монохроматического источника ($\lambda = 0,5 \text{ мкм}$). Определить ширину центрального максимума в дифракционной картине, проецируемой с помощью линзы, находящейся непосредственно за щелью, на экран, находящийся в фокальной плоскости линзы. Оптическая сила линзы $0,2 \text{ дптр}$.

Д а н о: $a = 0,05 \text{ мм},$ $\lambda = 0,5 \text{ мкм},$ $D = 0,2 \text{ дптр}$ $\Delta x - ?$	Р е ш е н и е Расстояние до экрана равно фокусному расстоянию линзы $b = F = \frac{1}{D}.$
--	--

Проверим, какой вид дифракции имеет место в данном случае. Для этого рассчитаем значение комплекса

$$\frac{a^2}{b\lambda} = \frac{Da^2}{\lambda} = \frac{0,2 \cdot (5 \cdot 10^{-5})^2}{5 \cdot 10^{-7}} = 10^{-3} \ll 1.$$

Полученное значение соответствует дифракции Фраунгофера. Центральный максимум на экране с обеих сторон ограничен минимумами первого порядка, которые при нормальном падении света на щель и на экран, расположены симметрично. При этом условие минимумов (см. рисунок 23) имеет вид

$$a \sin \varphi = \pm k\lambda \quad (k = 1; 2; \dots),$$

где φ – угол дифракции; k – порядок спектра (для интересующих нас минимумов $k = 1$).

Расстояние от центра экрана до точки, соответствующей первому минимуму, будет равно

$$x = b \operatorname{tg}(\varphi).$$

В силу малости отношения $\frac{\lambda}{a}$ угол дифракции мал по сравнению с одним радианом. Потому $\operatorname{tg}(\varphi) \approx \sin(\varphi)$.

Так как минимумы расположены симметрично, то расстояние между ними (ширина центрального максимума) будет равно

$$\Delta x = 2x \approx 2b \sin(\varphi) = 2 \frac{\lambda}{Da}.$$

Размерность, даваемая полученным соотношением, очевидна. Произведем расчет:

$$\Delta x = 2 \frac{5 \cdot 10^{-7}}{0,2 \cdot 5 \cdot 10^{-5}} = 0,1 \text{ м.}$$

Ответ: $\Delta x = 0,1 \text{ м.}$

Пример 24. На дифракционную решетку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет. Период решетки 2 мкм . Определить наибольший порядок дифракционного максимума, который дает эта решетка в случае красного ($\lambda = 0,7 \text{ мкм}$) света.

Д а н о: $d = 2 \text{ мкм},$ $\lambda = 0,7 \text{ мкм}$ $k_{\max} - ?$	Р е ш е н и е Для дифракционной решетки (нормальное падение) условие главных максимумов (см. рисунок 24) $d \sin \varphi = \pm k\lambda \quad (k = 0; 1; 2; \dots),$
---	--

где φ – угол дифракции; k – порядок максимума.

Так как $\sin \varphi$ не может быть больше 1, то из вышеприведенной формулы следует неравенство

$$k \leq \frac{d}{\lambda}.$$

Подставив в это неравенство значения величин, получим

$$k \leq \frac{2}{0,7} = 2,86.$$

С учетом того, что порядок максимума является целым числом, для рассматриваемых условий получаем $k_{\max} = 2$.

Ответ: $k_{\max} = 2$.

Пример 25. При нормальном падении света на дифракционную решетку шириной 10 мм обнаружено, что компоненты желтой линии натрия с длиной волны 590 нм, отличающиеся на 0,6 нм, оказываются разрешенными, начиная с пятого порядка спектра. Определить: а) период этой решетки; б) при какой ширине решетки с таким же периодом можно разрешить в третьем порядке дублет спектральной линии с длиной волны 460 нм, компоненты которого отличаются на 0,13 нм.

Д а н о:
 $l_1 = 10$ мм,
 $\lambda_1 = 590$ нм,
 $\Delta\lambda_1 = 0,6$ нм,
 $k_1 = 5$,
 $\lambda_2 = 460$ нм,
 $k_2 = 3$,
 $\Delta\lambda_2 = 0,13$ нм
 $d, l_2 - ?$

Р е ш е н и е
 Разрешающая способность спектрального прибора определяется по уравнению

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}.$$

Для дифракционной решетки

$$R = kN,$$

где N – общее число щелей в решетке, которое в соответствии с ее периодом равно

$$N = \frac{l}{d}.$$

Из вышеприведенных соотношений, исключая R и N , получим

$$d = \frac{kl\Delta\lambda}{\lambda}.$$

В результате для первого случая (у всех величин справа индексы 1) получим

$$d = \frac{k_1 l_1 \Delta\lambda_1}{\lambda_1}.$$

Очевидно, что конечная формула дает размерность длины. Произведем вычисления:

$$d = \frac{5 \cdot 10^{-2} \cdot 6 \cdot 10^{-10}}{5,9 \cdot 10^{-7}} = 5,1 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

Так как в обоих случаях периоды решеток одинаковы, то приравняем полученные для них соотношения

$$\frac{k_1 l_1 \Delta\lambda_1}{\lambda_1} = \frac{k_2 l_2 \Delta\lambda_2}{\lambda_2}.$$

Отсюда получим искомое соотношение для ширины второй решетки

$$l_2 = l_1 \frac{k_1 \Delta\lambda_1 \lambda_2}{k_2 \Delta\lambda_2 \lambda_1}.$$

В полученном соотношении справа кроме длины стоят произведения безразмерных дробей, поэтому очевидно, что оно дает размерность длины.

Произведем вычисления:

$$l_2 = 10 \frac{5}{3} \cdot \frac{0,6}{0,13} \cdot \frac{460}{590} = 60 \text{ мм.}$$

Ответы: $d = 5,1 \cdot 10^{-5}$ м; $l_2 = 60$ мм.

Пример 26. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от нее пучок света образует угол 97° с падающим пучком. Определить показатель преломления жидкости, если отраженный свет максимально поляризован.

Д а н о:
 $\varphi = 97^\circ$
 $n_1 - ?$

Р е ш е н и е

Согласно закону Брюстера луч, отраженный от границы раздела двух диэлектриков, полностью (максимально) поляризован, если угол падения удовлетворяет условию (см. рисунок 28)

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{Бр}} = n_{21},$$

где $\alpha_{\text{Бр}}$ – угол падения (угол Брюстера); $n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$ – относительный показатель преломления второго вещества (стекло) относительно первого (жидкость).

Так как угол падения равен углу отражения (закон отражения), то $\varphi = 2\alpha_{\text{Бр}}$. Отсюда получим

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_1 = n_2 \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}.$$

Очевидно, что конечная формула дает безразмерную величину. Произведем вычисления:

$$n_1 = 1,5 \cdot \operatorname{ctg} 45^\circ = 1,33.$$

Ответ: $n_1 = 1,33$.

Пример 27. Два николя N_1 и N_2 расположены так, что угол между их плоскостями пропускания составляет 60° . Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света: а) при прохождении через один николю N_1 ; б) при прохождении через оба николя. Коэффициент поглощения света в каждом николе равен $0,05$. Потери на отражение не учитывать.

Д а н о:
 $\varphi = 60^\circ$,
 $k = 0,05$
 $\frac{I_0}{I_1}, \frac{I_0}{I_2} - ?$

Р е ш е н и е

Естественный свет, падая на грань призмы Николя, вследствие двойного лучепреломления расщепляется на два луча: обыкновенный и необыкновенный. Оба луча одинаковы по интенсивности и полностью поляризованы. Обыкновенный луч света не проходит через николю. Необыкновенный луч проходит через призму, уменьшая свою интенсивность вследствие поглощения. Таким образом, интенсивность света, прошедшего через первую призму,

$$I_1 = \frac{1}{2}(1-k)I_0.$$

Относительное уменьшение интенсивности света получим, разделив интенсивность естественного света I_0 на интенсивность поляризованного света I_1 :

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2I_0}{(1-k)I_0} = \frac{2}{(1-k)}.$$

Произведем вычисления:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{1-0,05} = 2,1.$$

Интенсивность плоскополяризованного луча, вышедшего из второго николя (поляризатора) связана с интенсивностью падающего на него луча (также поляризованного) соотношением, которое соответствует закону Малюса (см. рисунок 29). Учитывая потери интенсивности на поглощение во втором николе, получим

$$I_2 = (1-k)I_1 \cos^2 \varphi.$$

С учетом выражения для интенсивности I_2 найдем искомое соотношение

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{(1-k)I_1 \cos^2 \varphi} = \frac{2}{(1-k)^2 \cos^2 \varphi}.$$

Произведем вычисления:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-0,05)^2 \cos^2 60^\circ} = 8,86.$$

Ответы: $\frac{I_0}{I_1} = 2,1$; $\frac{I_0}{I_2} = 8,86$.

Пример 28. Частично поляризованный свет со степенью поляризации $P = 0,5$ представляет собой смесь естественного света с плоскополяризованным. Определить, во сколько раз интенсивность поляризованного света больше интенсивности естественного.

Д а н о:

$$P = 0,5$$

$$\frac{I_n}{I_e} - ?$$

Р е ш е н и е

Минимальная интенсивность света, пропускаемого анализатором I_{\min} , соответствует случаю, когда плоскополяризованная составляющая падающего света поляризована перпендикулярно плоскости пропускания. В этом случае эта составляющая не проходит через анализатор. При прохождении естественной составляющей через анализатор для интенсивности, соответствующей каждому цугу, выполняется закон Малюса. Так как плоскости поляризации различных цугов ориентированы в пространстве равномерно, то суммарная интенсивность прошедших цугов будет пропорциональна среднему значению $\langle \cos^2 \varphi \rangle$, где φ – угол между плоскостью поляризации падающего цуга и плоскостью пропускания анализатора. В силу равномерной ориентации $\langle \cos^2 \varphi \rangle = 0,5$. Таким образом,

$$I_{\min} = \frac{1}{2} I_e.$$

Максимальная интенсивность света, пропускаемого анализатором I_{\max} , соответствует случаю, когда плоскополяризованная составляющая падающего света поляризована параллельно плоскости пропускания анализатора. Поэтому она проходит без уменьшения (при пренебрежении потерями на поглощение). В результате получим

$$I_{\max} = \frac{1}{2} I_e + I_n.$$

Введем обозначение $k = \frac{I_n}{I_e}$. В соответствии с ним

$$I_{\max} = \frac{1}{2} I_e + k I_e = \left(k + \frac{1}{2}\right) I_e.$$

Подставим полученные выражения в определяющее уравнение для степени поляризации

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{k + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}}{k + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{k}{k+1}.$$

Отсюда получим

$$k = \frac{P}{1-P}.$$

Произведем расчет:

$$k = \frac{0,5}{1-0,5} = 1.$$

Ответ: $\frac{I_n}{I_e} = 1.$

Пример 29. При торможении электрона в веществе с показателем преломления $n = 1,5$ угол черенковского излучения уменьшился с 40° до 20° . Определить, во сколько раз при этом уменьшился его импульс.

Д а н о:

$$n = 1,5,$$

$$\vartheta_1 = 40^\circ,$$

$$\vartheta_2 = 20^\circ$$

$$\frac{p_1}{p_2} - ?$$

Р е ш е н и е

Угол излучения Вавилова-Черенкова определяется с помощью соотношения

$$\cos \vartheta = \frac{c}{nv},$$

где c – скорость света в вакууме ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с); v – скорость заряженной частицы.

Импульс релятивистской частицы связан с ее скоростью:

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}},$$

где m_0 – масса покоя частицы.

После подстановки приведенных соотношений формула для отношения импульсов примет вид

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_1}{v_2} \sqrt{\frac{c^2 - v_2^2}{c^2 - v_1^2}} = \sqrt{\frac{(n \cos \vartheta_2)^2 - 1}{(n \cos \vartheta_1)^2 - 1}}.$$

Очевидно, что конечная формула дает безразмерную величину. Произведем вычисления:

$$\frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{(1,5 \cdot \cos 20^\circ)^2 - 1}{(1,5 \cdot \cos 40^\circ)^2 - 1}} \approx \sqrt{\frac{(1,5 \cdot 0,94)^2 - 1}{(1,5 \cdot 0,77)^2 - 1}} \approx 1,76.$$

Ответ: импульс электрона уменьшился в 1,76 раза.

Пример 30. Кварцевую пластинку поместили между скрещенными поляризаторами. При какой наименьшей толщине пластинки интенсивность прошедшего через эту систему луча будет максимальна? Постоянная вращения кварца для используемой длины волны света равна 37 град/мм.

<p>Д а н о:</p> <p>$\alpha = 37$ град/мм</p> <p>$d = ?$</p>	<p>Р е ш е н и е</p> <p>После прохождения первого поляризатора вышедший свет имеет плоскость поляризации, совпадающую с плоскостью пропускания поляризатора. Так как поляризаторы скрещены (их плоскости пропускания перпендикулярны друг другу), то этот свет не пройдет через второй поляризатор. Чтобы интенсивность прошедшего света была максимальной, необходимо, чтобы между поляризаторами плоскость поляризации света повернулась минимум на угол $\varphi = 90^\circ$. Это и происходит при прохождении через кварцевую пластинку.</p>
---	---

Угол поворота плоскости поляризации оптически активных кристаллов

$$\varphi = \alpha d,$$

Отсюда получим минимальную толщину пластинки

$$d = \frac{\varphi}{\alpha}.$$

Проверим соответствие единиц в этой формуле:

$$[d] = \text{град} \frac{\text{мм}}{\text{град}} = \text{мм}.$$

Произведем вычисления:

$$d = \frac{90}{37} = 2,43 \text{ мм}.$$

Ответ: $d = 2,43$ мм.

ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

5.1 Тяжелый шарик подвешен на легкой нерастяжимой нити длиной 90 см. Определить, за какое время он совершит 5 малых колебаний в поле тяжести Земли.

5.2 За 0,1 с фаза гармонических колебаний математического маятника изменилась на 1 рад. Определить его длину.

5.3 Длина одного математического маятника на 80 см больше второго, а частота его колебаний в 3 раза меньше. Определить их длины.

5.4 Гирька массой 5 кг подвешена на пружине, жесткость которой равна 20 Н/см, и совершает гармонические колебания. Найти изменение их фазы за время 0,1 с.

5.5 Груз массой 4 кг, подвешенный на пружине, совершает 20 колебаний за 12,6 с. Определить ее жесткость.

5.6 Пружинный маятник вывели из положения равновесия и отпустили. Через какое время (в долях периода) кинетическая энергия колеблющегося тела будет равна потенциальной энергии пружины?

5.7 Груз колеблется на пружине жесткостью 200 Н/м с амплитудой 10 см. Определить его кинетическую энергию и потенциальную энергию пружины в тот момент, когда скорость груза в два раза меньше величины его максимальной скорости.

5.8 Груз массой $m = 3$ кг, подвешенный к двум соединенным параллельно пружинам, жесткости которых $k_1 = 1$ кН/м, $k_2 = 4$ кН/м, установили на уровне, при котором пружины не деформированы, и отпустили. Определить амплитуду возникших колебаний.

5.9 Груз массой $m = 4$ кг, подвешенный к двум соединенным последовательно пружинам, жесткости которых $k_1 = 1$ кН/м и $k_2 = 2$ кН/м, установили на уровне, при котором пружины не деформированы, и отпустили. Определить амплитуду возникших колебаний.

5.10 Цилиндр массой $m = 2$ кг подвешен к двум соединенным параллельно пружинам, жесткости которых $k_1 = 1$ кН/м, $k_2 = 5$ кН/м. Найти циклическую частоту его малых колебаний.

5.11 Груз массой $m = 5$ кг подвешен к двум соединенным последовательно пружинам, жесткости которых $k_1 = 1$ кН/м, $k_2 = 3$ кН/м. Определить циклическую частоту малых колебаний

5.12 Максимальные значения потенциальной энергии пружины и возвращающей силы соответственно равны 30 мДж и 10 мН. Найти амплитуду колебаний подвешенного на ней груза.

5.13 При колебаниях подвешенного на пружине груза с амплитудой 0,1 м его максимальная кинетическая энергия оказалась равной 2 Дж. Найти жесткость пружины.

5.14 Определить период колебаний груза, подвешенного на пружине, если в тот момент, когда смещение от положения равновесия было равно 0,05 м, ускорение приняло значение 2 м/с^2 .

5.15 В условиях равновесия груз, подвешенный на пружине, растягивает ее на 10 см. Определить циклическую частоту его малых колебаний.

5.16 С помощью невесомой пружинки жесткости 2 Н/м соединили два кубика массами 0,1 и 0,4 кг, положили их на гладкую горизонтальную поверхность, немного сжали пружину и отпустили ее. Определить циклическую частоту возникших колебаний.

5.17 Шар радиусом 0,3 м подвесили на нити, длина которой равна радиусу. Найти частоту возникших колебаний.

5.18 Стержень длиной 0,4 м подвешен на горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно ему на расстоянии 0,15 м ниже верхнего конца. С каким периодом будут происходить малые колебания?

5.19 Определить период малых колебаний тонкостенного цилиндра радиусом 0,2 м, закрепленного на горизонтальной оси, проходящей через его образующую.

5.20 Однородный шар радиусом 0,5 м совершает малые колебания около горизонтальной оси, проходящей на расстоянии 25 см выше его центра. Определить их частоту.

5.21 Сплошной диск радиусом $R = 0,5$ м закреплен на горизонтальной оси, проходящей через его образующую. Определить частоту возможных малых колебаний.

5.22 На легком стержне длиной $L = 0,3$ м закреплены два одинаковых груза: один – в середине, другой – на его конце. Стержень с грузами закреплен на горизонтальной оси, проходящей через свободный конец. Определить период малых колебаний.

5.23 Диск радиусом $R = 0,25$ м совершает малые колебания около горизонтальной оси, проходящей через середину радиуса диска перпендикулярно его плоскости. Найти их период.

5.24 Однородный стержень длиной $L = 1$ м совершает малые колебания около горизонтальной оси, перпендикулярной стержню и проходящей через один из его концов. Определить их период.

5.25 На каком расстоянии над центром сплошного диска радиуса 0,6 м надо расположить горизонтальную ось, чтобы период колебаний такого физического маятника был минимален?

5.26 Определить период свободных незатухающих колебаний, которые происходят в колебательном контуре с амплитудой заряда 1 мкКл и амплитудой силы тока 10 А.

5.27 С какой частотой происходят колебания в колебательном контуре, если он состоит из катушки индуктивностью 2 мГн и плоского конденсатора, расстояние между пластинами которого 1 см, а площадь пластины $0,08 \text{ м}^2$? Диэлектрическая проницаемость вещества в конденсаторе равна 11.

5.28 Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 1 мГн и конденсатора емкостью 10 мкФ. Конденсатор заряжен до максимального напряжения 100 В. Определить максимальную силу тока при колебаниях в контуре.

5.29 Конденсатор с зарядом $2,5 \cdot 10^{-10}$ Кл соединили с катушкой индуктивности, после чего возникли свободные колебания с частотой 40 МГц. Определить амплитуду силы тока в образовавшемся контуре.

5.30 Материальная точка совершает синусоидальные гармонические колебания с амплитудой 0,6 м и нулевой начальной фазой. Написать уравнение движения точки, если для момента времени, равного $1/3$ периода, смещение составляет 0,3 м.

5.31 Найти максимальные значения потенциальной энергии и возвращающей силы материальной точки массой 2 г, совершающей колебания согласно уравнению $x = A \cos(\omega t)$, где $A = 0,1$ м, $\omega = 10$ рад/с.

5.32 Определить полную энергию и возвращающую силу для материальной точки массой 10 г, совершающей гармонические косинусоидальные колебания с амплитудой 0,25 м, периодом 1 с и нулевой начальной фазой, для момента времени, равного 0,3 с.

5.33 Найти максимальную величину потенциальной энергии материальной точки массой 0,02 кг, которая совершает гармонические колебания с периодом 1 с и амплитудой 5 см.

5.34 Для материальной точки, совершающей гармонические колебания с периодом 15 с, максимальная скорость равна 3 м/с. Определить ее максимальное ускорение.

5.35 Определить амплитуду и период колебаний точки, совершающей гармонические колебания, если максимальное ускорение составляет $31,4$ м/с², а максимальная скорость равна 5 м/с.

5.36 Написать уравнение движения для материальной точки, которая совершает гармонические колебания с периодом 4 с, начальным смещением 0,05 м и максимальным значением ускорения $0,2$ м/с².

5.37 Найти полную энергию и возвращающую силу в момент времени $t = 2$ с для материальной точки массой 25 г,

совершающей колебания по закону $x = A \cos(\omega t)$, где $A = 0,1$ м, $\omega = 2\pi/3$ рад/с.

5.38 Для момента времени, когда скорость материальной точки, совершающей гармонические колебания с амплитудой 5 см и частотой 2 Гц, равна 0,2 м/с, определить смещение.

5.39 Определить максимальное ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания с амплитудой 25 см, при условии, что максимальная скорость равна 50 см/с.

5.40 Для материальной точки, совершающей синусоидальные гармонические колебания, определить фазу в тот момент времени, когда ее смещение составило 3 см, модуль скорости – 15 см/с, а модуль ускорения – 75 см/с².

5.41 Написать уравнение, определить амплитуду и начальную фазу результирующего колебания, возникающего при сложении двух колебаний одинаковых направлений и периода: $x_1 = A \sin(\omega t)$ и $x_2 = A \sin(\omega t + \tau)$; при этом $A = 1$ см; $\omega = \pi$ рад/с; $\tau = 0,5$ с.

5.42 Точка одновременно участвует в двух колебаниях одного направления – $x_1 = A_1 \sin(\omega t)$ и $x_2 = A_2 \cos(\omega t)$, где $A_1 = 2$ см; $A_2 = 5$ см; $\omega = \pi/2$ рад/с. Определить амплитуду, период и начальную фазу результирующего колебания.

5.43 Определить амплитуду результирующего колебания аналитически и графически в случае, когда два одинаково направленных гармонических колебания одинакового периода с амплитудами 0,15 и 0,2 м и разностью фаз $\pi/3$ складываются в одно.

5.44 Найти амплитуду и начальную фазу результирующего колебания при сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинакового периода с амплитудами $A_1 = 25$ см и $A_2 = 15$ см и начальными фазами $\varphi_1 = \pi/3$ рад и $\varphi_2 = \pi/4$ рад.

5.45 Написать уравнение результирующего (синусоидального) колебания в случае сложения двух одинаково направленных гармонических колебаний, уравнения которых $x_1 = A_1 \cos(\omega t)$ и $x_2 = A_2 \cos(\omega t)$ ($A_1 = 10$ см; $A_2 = 15$ см; $\omega = 15$ рад/с).

5.46 Определить, во сколько раз амплитуда результирующего колебания больше суммы амплитуд двух складываемых колебаний одного направления, одинаковых частот и амплитуд, разность фаз между которыми равна $\pi/3$ рад.

5.47 Найти амплитуду, период и начальную фазу результирующего колебания при сложении двух колебаний одного направления, описываемых уравнениями $x_1 = A_1 \cos \omega(t + \tau_1)$ и $x_2 = A_2 \cos \omega(t + \tau_2)$, где $A_1 = 2$ см; $A_2 = 3$ см; $\tau_1 = 1/3$ с; $\tau_2 = 1/2$ с; $\omega = \pi/3$ рад/с.

5.48 . Определить амплитуду и начальную фазу результирующего колебания при условии, что два колебания одного направления, описываемые уравнениями $x_1 = A_1 \sin \omega(t + \tau_1)$ и $x_2 = A_2 \cos \omega(t + \tau_2)$, складываются в одно. $A_1 = 2$ см; $A_2 = 4$ см; $\tau_1 = 1$ с; $\tau_2 = 0,5$ с; $\omega = \pi/2$ рад/с.

5.49 Начальные фазы двух складывающихся гармонических колебаний одного направления с одинаковыми периодами 1,5 с и амплитудами 2 см равны соответственно: $\varphi_1 = \pi/2$ и $\varphi_2 = \pi/3$. Определить амплитуду результирующего колебания, его частоту и начальную фазу.

5.50 Найти амплитуду результирующего колебания, его период и начальную фазу, если точка участвует в двух одинаково направленных колебаниях – $x_1 = A_1 \sin(\omega t)$ и $x_2 = A_2 \cos(\omega t)$, где $A_1 = 1$ см; $A_2 = 2$ см; $\omega = 1$ рад/с.

5.51 Написать уравнение результирующего колебания, если разность фаз двух одинаково направленных гармонических колебаний одинаковой частоты $\nu = 0,3$ Гц и одинаковой амплитуды $A = 4$ см равна $\Delta\varphi = \pi/3$, а начальная фаза одного из них составляет $\varphi_{01} = \pi/4$.

5.52 Определить амплитуды двух складываемых гармонических колебаний одного направления, с одинаковыми периодами, обладающими разностью фаз $\Delta\varphi = \pi/3$ рад, если известно, что результирующая амплитуда $A = 12$ см, а амплитуда второго колебания в 3 раза меньше амплитуды первого.

5.53 Определить максимальную скорость точки, участвующей одновременно в двух колебаниях одного направления, ко-

торые происходят по законам $x_1 = A \cos(\omega t)$ и $x_2 = A \cos(\omega t + \pi/6)$, где $\omega = 10$ рад/с, $A = 0,1$ м.

5.54 Найти амплитуду и начальную фазу результирующего колебания при сложении трех гармонических колебаний одного направления с одинаковыми периодами 2 с и амплитудами 3 см. Начальные фазы колебаний: $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = \pi/2$ и $\varphi_3 = 2\pi/3$.

5.55 Определить амплитуду и циклическую частоту результирующего колебания при сложении двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаний, уравнения которых $x = A \cos(\omega t)$, $y = B \cos(\omega t)$, где $A = 6$ см, $B = 8$ см, $\omega = 12$ рад/с.

5.56 Пояснить рисунком и определить амплитуду колебания, возникающего в результате сложения двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаний одного периода с одинаковыми начальными фазами, если амплитуды складываемых колебаний равны соответственно 0,1 и 0,15 м.

5.57 Записать уравнение траектории, соответствующей результирующему колебанию при сложении двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаний, уравнения которых $x = A \cos(\omega t)$, $y = B \cos(\omega t + \alpha)$, где $A = 5$ см, $B = 6$ см, $\omega = 5$ рад/с, $\alpha = 24$ рад/с.

5.58 Определить уравнение траектории и построить ее, показав направление движения точки, если она одновременно участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях с законами $x = A_1 \cos[\omega(t + \tau_1)]$ и $y = A_2 \sin[\omega(t + \tau_2)]$, где $A_1 = 10$ см; $A_2 = 8$ см; $\omega = 36$ рад/с; $\tau_1 = 3$ с; $\tau_2 = 2$ с.

5.59 Определить уравнение траектории и построить ее, показав направление движения для случая сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний, выражаемых уравнениями: $x = A_1 \sin \omega(t + \tau_1)$ и $y = A_2 \cos \omega(t + \tau_2)$, где $A_1 = 7$ см; $A_2 = 3$ см; $\omega = 24$ рад/с; $\tau_1 = 1/4$ с; $\tau_2 = 1/2$ с.

5.60 Написать уравнение и определить направление движения (указать на рисунке) для точки, одновременно участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, происходящих согласно уравнениям $x = A_1 \cos(\omega t)$ и $y = A_2 \sin(\omega t)$, где $A_1 = 4$ см; $A_2 = 8$ см; $\omega = 36$ рад/с.

5.61 Определить уравнение траектории и построить ее, показав направление движения точки, одновременно участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, происходящих согласно уравнениям $x = A_1 \cos(\omega t)$ и $y = A_2 \sin(\omega(t + \tau))$, где $A_1 = 4$ см; $A_2 = 8$ см; $\omega = 24$ рад/с; $\tau = 1$ с.

5.62 Найти уравнение траектории и построить ее, показав направление движения точки в случае сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний, выражаемых уравнениями $x = A_1 \sin(\omega t)$ и $y = A_2 \cos(\omega(t + \tau))$, где $A_1 = 2$ см; $A_2 = 5$ см; $\omega = 43$ рад/с; $\tau = 1/2$ с.

5.63 Написать уравнение и определить направление движения точки (указать на рисунке), которая одновременно участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, происходящих согласно уравнениям $x = A_1 \sin(\omega t)$ и $y = A_2 \cos(\omega t)$, где $A_1 = 2$ см; $A_2 = 3$ см; $\omega = 43$ рад/с.

5.64 Определить амплитуду результирующего колебания и записать его уравнение, если складываются два взаимно перпендикулярных колебания с одинаковой частотой и разностью фаз $\Delta\phi = \pi$, амплитуды которых равны $A = 3$ см; $B = 4$ см.

5.65 Найти амплитуду результирующего колебания в случае, когда складываются два гармонических колебания одного направления, а также третье, взаимно перпендикулярное к ним. Их амплитуды (по 0,15 м), начальные фазы и периоды соответственно равны между собой.

5.66 Определить амплитуду результирующего колебания при сложении двух гармонических колебаний одинакового периода с одинаковыми начальными фазами и амплитудами $A_1 = 10$ см и $A_2 = 24$ см, если: 1) колебания совершаются в одном направлении, 2) колебания взаимно перпендикулярны.

5.67 Написать уравнение и начертить траекторию точки, одновременно участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, происходящих согласно уравнениям $x = A_1 \sin(2\omega t)$ и $y = A_2 \cos(\omega t)$, где $A_1 = 3$ см; $A_2 = 2$ см; $\omega = 5\pi$ рад/с.

5.68 Построить в масштабе траекторию светящейся точки на экране осциллографа, которая является результатом сложения

двух колебаний, описываемых уравнениями $x = A \sin(3\omega t)$ и $y = A \sin(2\omega t)$, приняв $A = 4$ см.

5.69 Написать уравнение и начертить траекторию точки, одновременно участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, происходящих согласно уравнениям $x = A_1 \sin(\omega t)$ и $y = A_2 \cos(2\omega t)$, где $A_1 = 6$ см; $A_2 = 4$ см; $\omega = \pi/2$ рад/с.

5.70 При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний, циклические частоты которых $\omega_1 = 502$ рад/с, $\omega_2 = 500$ рад/с, образуются биения. Определить их частоту.

5.71 Определить возможные значения частоты второго колебания, если частота биений, образующихся при сложении двух одинаково направленных колебаний с равными амплитудами, равна 2 Гц, а частота первого из них – 1 кГц.

5.72 Определить максимальное и минимальное значения амплитуды результирующего колебания, а также частоту биений в случае, когда складываются два гармонических колебания одного направления с частотами 500 и 510 Гц, амплитудами 30 и 40 см.

5.73 Складываются два гармонических колебания одного направления. Определить период и амплитуду второго колебания, если период первого – 10 мс, его амплитуда – 0,45 м, частота биений – 1 Гц, а минимальное значение амплитуды биений равна 0,25 м.

5.74 Определить частоту биений, а также амплитуду второго колебания, если амплитуда первого – 0,4 м и максимальное значение амплитуды биений, которые образуются при сложении двух гармонических колебаний одного направления с частотами 800 и 790 Гц, – 1 м.

5.75 Найти максимальное и минимальное значения амплитуды биений при сложении двух гармонических колебаний одного направления с амплитудами 0,7 и 0,55 м.

5.76 Найти частоту биений, образующихся при сложении двух гармонических колебаний одинакового направления: одного с периодом 0,501 с, а другого с частотой 2 Гц.

5.77 Определить максимальное значение амплитуды, а также частоту биений, которые образуются при сложении двух гармонических колебаний одного направления с периодами 10^{-1} и $1,002 \cdot 10^{-1}$ с, амплитудами 35 и 25 см.

5.78 Определить частоту, период биений и записать уравнение для амплитуды биений, когда складываются два гармонических колебания одного направления с одинаковыми амплитудами 20 см и периодами 1,000 и 1,001 с.

5.79 Определить амплитуды и частоты складываемых колебаний, а также период биений результирующего колебания, которое описывается уравнением $x = A \cos(t) \cos(60t)$, где время t задается в секундах, а $A = 0,1$ м.

5.80 Определить минимальное значение амплитуды, а также частоту биений, которые образуются при сложении двух гармонических колебаний одного направления с периодами 10^{-1} и $1,001 \cdot 10^{-1}$ с, амплитудами 45 и 35 см.

5.81 Найти добротность системы, если при затухающих колебаниях период отличается от периода собственных незатухающих колебаний на 1 %.

5.82 Период собственных незатухающих колебаний системы равен 1 с, а добротность равна 10. Определить период затухающих колебаний.

5.83 Найти логарифмический декремент затухания, если при затухающих колебаниях в системе период отличается от периода собственных незатухающих колебаний на 1 %.

5.84 Период собственных незатухающих колебаний системы равен 1 с, а логарифмический декремент затухания – 0,628. Определить период затухающих колебаний.

5.85 У математического маятника, длина которого составляет 3 м, логарифмический декремент затухания $\theta = 2$. Определить, за какое время амплитуда затухающих колебаний уменьшится в 2 раза.

5.86 Математический маятник длиной 1 м совершает колебания с периодом 3 с. Определить коэффициент затухания в этом случае.

5.87 При совершении маятником колебаний с логарифмическим декрементом затухания $\theta = 0,002$ амплитуда за время $t = 10$ мин уменьшилась в 2 раза. Определить его длину.

5.88 Определить число полных колебаний, которые сделает маятник за время, когда его амплитуда уменьшится в 2 раза, если логарифмический декремент затухания маятника равен 0,003.

5.89 Определить логарифмический декремент затухания маятника длиной 1 м, если амплитуда его колебаний за время 10 минут уменьшилась в 4 раза.

5.90 Найти добротность системы, если за 8 минут амплитуда затухающих колебаний маятника длиной 1 м уменьшилась в 3 раза.

5.91 Добротность колебательной системы $Q = 10$. Определить, за какое время амплитуда затухающих колебаний математического маятника длиной 2 м уменьшится в 3 раза.

5.92 Определить, во сколько раз уменьшится амплитуда колебаний математического маятника после двух полных колебаний, если он совершает затухающие колебания с логарифмическим коэффициентом затухания $\theta = 2$.

5.93 Найти частоту колебаний тела массой $m = 1$ кг, подвешенного на пружине жесткостью $k = 0,5$ Н/см и совершающего колебания в вязкой среде с коэффициентом сопротивления $r = 0,05$ кг/с.

5.94 Определить интервал времени, за который амплитуда колебаний гири массой $m = 500$ г, подвешенной на пружине жесткостью $k = 0,2$ Н/см, уменьшится в 2 раза, если логарифмический декремент затухания $\theta = 4 \cdot 10^{-3}$.

5.95 Частицу сместили из положения равновесия на расстояние $x_0 = 1$ см и отпустили. Каким будет смещение этой частицы через три периода, если логарифмический декремент затухания $\theta = 2 \cdot 10^{-2}$?

5.96 Определить добротность колебательного контура, состоящего из конденсатора емкостью 4 мФ и однослойного соленоида длиной 10 см и радиусом 2,5 см, намотанного из алюминиевой проволоки диаметром 0,5 мм.

5.97 Определить число полных колебаний, за которое амплитуда уменьшается в 3 раза для колебательного контура, который состоит из конденсатора емкостью 4 мФ и однослойного соленоида длиной 10 см, плотно намотанного медной проволокой диаметром 0,5 мм.

5.98 Определить сопротивление контура, состоящего из катушки индуктивностью 2 мГн и конденсатора емкостью 20 нФ, если амплитуда силы тока уменьшается в 3 раза за 100 полных колебаний.

5.99 Частота затухающих колебаний в контуре, состоящем из конденсатора емкостью 40 нФ и катушки индуктивностью 3 мГн, равна 14 кГц. Определить коэффициент затухания.

5.100 Найти число полных колебаний, соответствующее уменьшению амплитуды в 3 раза, для контура, составленного из конденсатора емкостью 10 мкФ, соленоида индуктивностью 1 мГн и резистора сопротивлением 5 Ом.

5.101 Для контура, составленного из катушки индуктивностью 0,4 мГн, конденсатора емкостью 25 мкФ и резистора сопротивлением 3 Ом, определить логарифмический декремент затухания.

5.102 Найти логарифмический декремент затухания в контуре, который состоит из конденсатора емкостью 4 мФ и однослойного соленоида длиной 0,1 м и радиусом 2,5 см, намотанного из алюминиевой проволоки диаметром 0,5 мм.

5.103 За время 0,05 с амплитуда силы тока при затухающих колебаниях уменьшилась в 2 раза. Определить логарифмический декремент затухания, если контур состоит из катушки индуктивностью 0,001 Гн и конденсатора емкостью 100 мкФ.

5.104 Найти сопротивление контура, состоящего из конденсатора емкостью 1 мкФ и соленоида индуктивностью 20 мГн, если период затухающих колебаний равен 1 мс.

5.105 Определить сопротивление контура, состоящего из конденсатора емкостью 0,2 мкФ и соленоида индуктивностью 6 мГн, если амплитуда силы тока за время 1 мс уменьшилась в 3 раза.

5.106 Для контура, составленного из конденсатора емкостью 5 мкФ, соленоида индуктивностью 0,23 Гн и резистора

сопротивлением 40 Ом определить логарифмический декремент затухания.

5.107 В состав колебательного контура вместе с катушкой индуктивностью 100 мГн и сопротивлением 10 Ом входит конденсатор емкостью 3 мкФ. Найти закон изменения со временем напряжения на конденсаторе, если в начальный момент заряд на нем был равен 0,6 мКл.

5.108 Определить логарифмический декремент затухания в контуре, который состоит из конденсатора емкостью 4 мФ и однослойного соленоида длиной 0,1 м, плотно намотанного медной проволокой диаметром 0,5 мм.

5.109 Найти логарифмический декремент затухания контура, состоящего из конденсатора емкостью 0,2 мкФ и соленоида индуктивностью 6 мГн, если амплитуда силы тока за время 1 мс уменьшилась в 3 раза.

5.110 Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 10 мкФ и идеального соленоида длиной 0,1 м с обмоткой из медной проволоки площадью сечения 1 мм² (сердечник немагнитный). Определить добротность контура. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

5.111 Логарифмический декремент затухания равен 0,01. За какое число полных колебаний системы энергия уменьшится в 2 раза?

5.112 Чему равен коэффициент сопротивления r , если тело массой $m = 5$ г, совершающее затухающие колебания, в течение времени $t = 50$ с потеряло 60 % своей энергии?

5.113 Найти промежуток времени, за который энергия колебаний математического маятника длиной 24,7 см уменьшится в 10 раз из-за сопротивления среды, если логарифмический декремент затухания $\theta = 4$.

5.114 Найти время, за которое теряется 80 % энергии колебаний, происходящих в контуре, состоящего из конденсатора емкостью 1 нФ и катушки индуктивностью 5 мГн. Добротность системы равна 100.

5.115 Контур состоит из катушки индуктивностью 4 мГн и конденсатора емкостью 18 мкФ. Добротность системы равна

500. Определить, за какое время энергия колебаний уменьшится в 3 раза.

5.116 Амплитуда силы тока в контуре, который состоит из катушки индуктивностью 10 мГн и конденсатора емкостью 40 мкФ, уменьшается в 3 раза за 100 полных колебаний. Определить, за какое время энергия колебаний уменьшится в 4 раза.

5.117 Определить сопротивление контура, состоящего из конденсатора и катушки индуктивностью 7 мГн, если за время 50 мс теряется 64 % энергии происходящих в нем колебаний.

5.118 Найти время, за которое теряется 90 % энергии колебаний в контуре, состоящем из конденсатора емкостью 1 нФ и катушки индуктивностью 5 мГн, если логарифмический декремент затухания колебаний равен 0,01.

5.119 За какое время энергия колебаний уменьшится в 2 раза, если логарифмический декремент затухания равен 0,005? Контур состоит из катушки индуктивностью 5 мГн и конденсатора емкостью 20 мкФ.

5.120 За какое время из-за затухания потеряется 99 % энергии, запасенной в колебательном контуре, составленном из конденсатора емкостью 1,1 нФ, резистора и катушки индуктивностью 5 мГн? Логарифмический декремент затухания составляет $\theta = 3$.

5.121 Резонансная частота колебательной системы $\nu_p = 299,7$ Гц, а собственная частота незатухающих колебаний $\nu_0 = 300$ Гц. Найти логарифмический декремент затухания.

5.122 Первая резонансная частота колебательной системы равна 1 Гц, коэффициент затухания составляет $0,8 \text{ с}^{-1}$. Найти период собственных незатухающих колебаний системы.

5.123 Собственная частота незатухающих колебаний $\omega_0 = 50$ рад/с, коэффициент затухания $\beta = 5,2 \text{ с}^{-1}$. Найти разность фаз ϕ между смещением и внешней силой при максимальном значении амплитуды смещения.

5.124 Определить коэффициент затухания осциллятора массой $m = 50$ г, если он под действием вынуждающей силы $F_x = F_0 \cos(\omega t)$ ($F_0 = 20$ Н, $\omega = 250$ рад/с) движется по закону $x = A \sin(\omega t)$ ($A = 4$ см).

5.125 Найти циклическую частоту собственных незатухающих колебаний частицы, если при циклических частотах вынуждающей гармонической силы 100 и 400 рад/с амплитуда скорости частицы равна половине ее максимального значения.

5.126 У колебательной системы собственная частота незатухающих колебаний $\nu_0 = 300$ Гц, а логарифмический декремент затухания $\theta = 0,2$. Определить ее резонансную частоту.

5.127 Амплитуды смещения вынужденных колебаний, происходящих в механической системе, равны при частотах 400 и 600 рад/с. При какой циклической частоте амплитуда смещения максимальна?

5.128 Частота собственных незатухающих колебаний в системе составляет 1 Гц, а коэффициент затухания оказался равен $0,5 \text{ с}^{-1}$. Найти для нее первую резонансную частоту.

5.129 Собственная частота незатухающих колебаний в системе составляет 100 Гц, а первая резонансная частота равна 99,8 Гц. Определить при этих условиях коэффициент затухания.

5.130 Амплитуда вынуждающей силы, действующей на пружинный маятник, равна 0,3 Н, а коэффициент сопротивления среды составляет 600 г/с. Чему равна амплитуда скорости при резонансе?

5.131 Определить общую жесткость подвески (коэффициентом затухания демпфирующей системы 40 с^{-1}) колесной тележки (масса $5 \cdot t$), если при резонансной частоте ее амплитуда колебаний равна статическому растяжению пружин подвески.

5.132 Рассчитать коэффициент затухания демпфирующей системы вагона, обеспечивающий ограничение амплитуды колебаний при резонансе на уровне статического прогиба рессор. Масса вагона 60 т, общая жесткость рессор 20 кН/см.

5.133 Найти удлинение пружины упругой подвески под действием веса неработающего двигателя, если резонанс наступает при частоте вращения якоря $\nu = 3000$ оборотов в минуту.

5.134 Определить амплитуду колебаний, если частота внешней вертикальной периодической силы (амплитуда $F_m = 1$ Н), действующей на тело (масса $m = 400$ г), подвешенный к пружине (жесткость $k = 40$ Н/м), вдвое меньше собственной час-

тоты колебаний. Тело находится в среде с коэффициентом сопротивления $r = 0,5$ кг/с.

5.135 На гирию массой $m = 500$ г, подвешенную к пружине жесткостью $k = 0,5$ Н/см, действует вертикальная периодическая сила с амплитудой $F_m = 100$ мН. Гирия совершает колебания в среде с коэффициентом сопротивления $r = 500$ г/с. Найти амплитуду колебаний при резонансе смещения.

5.136 Отношение амплитуд первого и шестого колебаний маятника, совершающего затухающие колебания с периодом 200 мс, равно 13. Чему равна резонансная частота этого маятника?

5.137 Определить частоту затухающих колебаний маятника, если собственная частота незатухающих колебаний составляет 500 Гц. При этом первая резонансная частота равна 499 Гц.

5.138 Определить реактивное сопротивление цепи, которая состоит из конденсатора емкостью 10^{-5} Ф и катушки индуктивностью $4 \cdot 10^{-2}$ Гн, включенных последовательно. Частота равна 50 Гц.

5.139 Чему равно активное сопротивление контура, если от генератора требуется подводить мощность $P = 14$ Вт для поддержания в нем незатухающих колебаний с амплитудой силы тока $I_m = 200$ мА?

5.140 Собственная частота незатухающих колебаний маятника составляет 500 Гц. Определить для него первую резонансную частоту, если частота затухающих колебаний равна 499,5 Гц.

5.141 При какой скорости поезда, движущегося по рельсам длиной $L = 25$ м, подвешенный в вагоне математический маятник длиной $l = 0,2$ м будет раскачиваться с максимальной амплитудой?

5.142 При какой массе вагона, имеющего четыре рессоры жесткостью 5,5 кН/см каждая, возникает резонанс, если он движется со скоростью 15 м/с по рельсам длиной 25 м?

5.143 При движении поезда со скоростью 20 м/с по рельсам длиной 25 м математический маятник, подвешенный в нем, особенно сильно раскачивается. Какова длина маятника?

5.144 Поезд едет по дороге с рельсами длиной 25 м. Период собственных вертикальных колебаний вагона составляет 1,25 с. При какой скорости поезда возникает резонанс?

5.145 Вагон массой $m = 70$ т имеет четыре рессоры, каждая жесткостью $k = 5$ кН/см. При какой скорости он начнет особенно сильно раскачиваться, если едет по дороге с рельсами длиной $l = 25$ м?

5.146 В сеть переменного тока частотой $\nu = 50$ Гц последовательно с электроплиткой сопротивлением $R = 30$ Ом включили дроссель индуктивностью $L = 100$ мГн. Во сколько раз при этом уменьшилась выделяющаяся мощность?

5.147 Определить емкость конденсатора, если при его последовательном соединении с электрической плиткой с активным сопротивлением 80 Ом выделяющаяся мощность уменьшается в 3 раза. Частота переменного тока равна 400 Гц.

5.148 Найти индуктивность дросселя, если после того как его включили последовательно с электроплиткой с активным сопротивлением 60 Ом, выделяющаяся мощность уменьшилась в два раза. Частота переменного тока составляет 50 Гц.

5.149 Определить, во сколько раз уменьшится выделяющаяся мощность, если электрическую плитку с активным сопротивлением 50 Ом соединить последовательно с конденсатором емкостью 5 мкФ и полученную цепь включить в сеть переменного тока с частотой 50 Гц?

5.150 Чему равно сопротивление резистора, включенного последовательно с катушкой индуктивностью $L = 22,6$ мГн в цепь переменного тока частотой $\nu = 50$ Гц, если сдвиг фаз между напряжением и током равен $\pi/3$?

5.151 Определить, во сколько раз индуктивное сопротивление в некоторой цепи больше емкостного, если индуктивное сопротивление больше активного в полтора раза, а сдвиг фаз между током и напряжением равен $\pi/4$.

5.152 Найти число витков катушки с активным сопротивлением $R = 4$ Ом, длиной $l = 0,5$ м и площадью поперечного сечения $S = 10$ см², которая включена в цепь переменного тока с частотой $\nu = 50$ Гц, если сдвиг фаз между напряжением и током равен $\pi/3$.

5.153 Определить сдвиг фаз между током и напряжением, если в цепи переменного тока индуктивное сопротивление в 3 раза, а емкостное – в 5 раз больше активного.

5.154 Сдвиг фаз между током и напряжением в некоторой цепи равен $\pi/4$, а индуктивное сопротивление больше емкостного в три раза. Во сколько раз индуктивное сопротивление больше активного?

5.155 Определить активное сопротивление катушки длиной $l = 0,3$ м и площадью поперечного сечения $S = 10$ см², содержащей $N = 1000$ витков, включенной в цепь переменного тока частотой $\nu = 50$ Гц, если сдвиг фаз между напряжением и током равен $\varphi = \pi/6$.

5.156 Чему равно активное сопротивление катушки длиной $l = 0,5$ м и площадью поперечного сечения $S = 10$ см², включенной в цепь переменного тока частотой $\nu = 50$ Гц, если она содержит $N = 3000$ витков, а сдвиг фаз между напряжением и током равен $\pi/3$?

5.157 При резонансе отношение амплитуд напряжений на соленоиде и резисторе колебательного контура равно 5; он составлен из соленоида индуктивностью $L = 1$ мГн и конденсатора емкостью $C = 10$ мкФ. Определить сопротивление обмотки соленоида.

5.158 Чему равно сопротивление резистора, если при резонансе в колебательном контуре, состоящем из конденсатора емкостью 2 мкФ и катушки индуктивностью 10 мГн, амплитуда напряжения на конденсаторе в 8 раз больше амплитуды напряжения на резисторе?

5.159 Найти отношение амплитуд напряжений на конденсаторе и резисторе при резонансе в контуре, составленном из соленоида индуктивностью $L = 1$ мГн, конденсатора емкостью $C = 10$ мкФ и резистора сопротивлением $R = 2$ Ом.

5.160 Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 2 мкФ, катушки индуктивностью 10 мГн и резистора сопротивлением 8,8 Ом. Во сколько раз амплитуда напряжения на резисторе меньше амплитуды напряжения на катушке при резонансе?

5.161 Определить фазовую скорость волны, а также максимальные значения скорости и ускорения колеблющихся частиц среды, если уравнение плоской бегущей волны имеет вид $s = A \sin(\omega t - kx)$, где $A = 1$ см; $\omega = 1,257 \cdot 10^3$ рад/с; $k = 4$ м⁻¹.

5.162 Колесо сирены, вращающееся с частотой 510 об/мин, издает звук с длиной волны 2 м. Сколько отверстий имеет сирена? Скорость звука в воздухе равна 330 м/с.

5.163 На поверхности воды распространяется волна со скоростью 2,4 м/с при частоте колебаний 2 Гц. Какова разность фаз колебаний в двух точках, лежащих на одном луче и отстоящих от источника волны соответственно на 0,6 м и 0,9 м?

5.164 Человек, стоящий на берегу, за время 3 с услышал 12 всплесков о берег и увидел, что расстояние между соседними горбами составляло 0,6 м. Определить скорость волн на поверхности воды.

5.165 Определить частоту колебаний, если волна распространяется в упругой среде со скоростью $v = 150$ м/с, а минимальное расстояние между точками среды, фазы колебаний в которых противоположны, равно 0,75 м.

5.166 Чему равна разность фаз колебаний в точках, расположенных на расстоянии $\Delta x = 0,1$ м вдоль направления распространения волны, если ее циклическая частота колебаний равна $\omega = 628$ рад/с, а скорость $v = 30$ м/с.

5.167 Как и во сколько раз отличаются скорости распространения звуковых волн в воздухе при температурах -30 °С и $+30$ °С?

5.168 В железнодорожном рельсе распространяются продольные упругие волны с длиной волны $\lambda = 26$ м и циклической частотой $\omega = 1,257$ крад/с. Определить модуль Юнга стали, из которой он изготовлен.

5.169 Определить скорость звука для двухатомного газа, если его плотность при нормальном давлении равна 1,78 кг/м³.

5.170 Ухо человека может воспринимать звуки в диапазоне частот приблизительно от 16 до 20000 Гц. Определить, между какими длинами волн лежит интервал слышимости звуковых колебаний при температуре 20 °С.

5.171 Средняя квадратичная скорость молекул двухатомного газа при некоторых условиях равна 480 м/с. Вычислить скорость распространения звука в газе при этих условиях.

5.172 Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул 2 киломолей кислорода при некоторых условиях равна 7,1 кДж. Определить скорость распространения звуковых волн в кислороде при этих условиях.

5.173 Чему равна частота колебаний в электромагнитной волне, распространяющейся в немагнитной среде с диэлектрической проницаемостью 2,2. Длина волны равна 20,2 см.

5.174 Найти диэлектрическую проницаемость немагнитной среды, если длина электромагнитной волны в этой среде при частоте 2 ГГц равна 10 см.

5.175 Чему равна длина электромагнитной волны, распространяющейся в среде с показателем преломления 1,5 при частоте колебаний, равной 2,6 ГГц?

5.176 Определить изменение длины электромагнитной волны с частотой $\nu = 5$ МГц при ее переходе из немагнитной среды с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2$ в вакуум.

5.177 Найти длину электромагнитной волны в некоторой среде, где скорость распространения составляет $v = 250$ Мм/с, если их частота в вакууме $\nu_0 = 1$ МГц.

5.178 Определить длину волны излучения, генерируемого контуром, содержащим катушку индуктивностью 0,4 мГн и конденсатор емкостью 0,5 нФ, в немагнитном веществе, у которого диэлектрическая проницаемость равна 2,5.

5.179 Определить показатель преломления немагнитной среды, в которой отношение напряженности электрического и индукции магнитного полей равно 200 Мм/с.

5.180 Определить, на какой диапазон длин волн можно настроить у приемника колебательный контур, если его индуктивность равна 3 мГн, а емкость может изменяться от 0,2 до 1,7 нФ? Активным сопротивлением контура пренебречь.

5.181 Расстояние между гребнями волн в море 5 м. При встречном движении катера волна за 1 с ударяет о корпус

4 раза, а при попутном – 2 раза. Найти скорости катера и волны.

5.182 Во сколько раз изменится частота звукового сигнала, воспринимаемого наблюдателем, стоящим на станции, при прохождении мимо него тепловоза, движущегося со скоростью 63 км/ч, подающего сигнал с частотой 850 Гц, если скорость звука при данных условиях составляет 335 м/с?

5.183 Найти скорость электровоза и собственную частоту его сигнала, если наблюдатель, стоящий на станции, при приближении электровоза слышит гудок с частотой $\nu_1 = 900$ Гц, а при удалении – с частотой $\nu_2 = 800$ Гц. Скорость звука $v_{зв} = 340$ м/с

5.184 Определить, во сколько раз скорость звука больше скорости летучей мыши, если она летит по направлению к стенке, издает сигнал частотой ν_0 и принимает отраженный сигнал частотой $\nu = 1,1\nu_0$.

5.185 Найти температуру воздуха, при которой неподвижный приемник воспринимает скачок частоты $\Delta\nu = 34,5$ Гц при прохождении мимо него электропоезда, подающего сигнал частотой $\nu = 300$ Гц. Скорость электропоезда $v = 72$ км/ч.

5.186 Определить частоту сигнала поезда, если при температуре воздуха $T = 25$ °С неподвижный приемник воспринимает скачок частоты $\Delta\nu = 53$ Гц. Скорость поезда $v = 15$ м/с.

5.187 Два поезда движутся навстречу друг другу при температуре воздуха 24° С с одинаковыми скоростями. Определить значение этой скорости, если частота звука одного из них, слышимого на другом, изменяется на 10 %.

5.188 Из-за удаления звезды от Земли ее характерная оптическая линия сдвигается по частоте на 0,1 %. Определить скорость звезды.

5.189 Найти скорость звезды, если при движении ее перпендикулярно направлению на Землю происходит уменьшение частоты воспринимаемого излучения на 10^{-3} %.

5.190 Определить объемную плотность энергии плоской электромагнитной волны, распространяющейся в немагнитном

веществе с показателем преломления 1,41, если амплитуда напряженности электрического поля равна $5 \cdot 10^{-4}$ В/м.

5.191 Электромагнитная волна с амплитудой напряженности электрического поля $E_m = 1$ мВ/м распространяется в немагнитном веществе с показателем преломления $n = 11$. Какая энергия будет перенесена волной через поперечное сечение площадью $S = 5$ см² за время $t = 50$ с?

5.192 Определить энергию плоской электромагнитной волны в немагнитном веществе объемом $V = 200$ см³, если амплитуда напряженности магнитного поля $H_m = 5$ мкА/м.

5.193 Чему равна интенсивность плоской электромагнитной волны в вакууме, если амплитуда напряженности электрического поля у нее составляет 0,3 мВ/м?

5.194 Для плоской электромагнитной волны с интенсивностью 1 пВт/м² в прозрачной немагнитной среде средняя объемная плотность энергии составляет 0,005 аДж/м³. Чему равна диэлектрическая проницаемость этой среды?

5.195 Определить амплитуду напряженности магнитного поля в плоской электромагнитной волне с интенсивностью в вакууме 1 пВт/м².

5.196 Чему равна длина волны складываемых бегущих волн, если расстояние между 2-й и 9-й пучностями в стоячей волне составляет 91 см? Найти расстояние между 3-м и 8-м узлами.

5.197 Определить температуру воздуха, если при нормальном отражении от стенки распространяющейся в воздухе звуковой волны с частотой 400 Гц ближайшая пучность находится от нее на расстоянии 0,21 м.

5.198 Найти частоту электромагнитной волны, если она распространяется в немагнитном веществе с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 9$, а расстояние между 3-м и 9-м узлами в образующейся при нормальном отражении от преграды стоячей волне $\Delta x = 4,5$ мм.

5.199 Для поперечных упругих волн в стержне фазовая скорость всегда в два раза меньше групповой. Найти при этих условиях функциональную зависимость групповой скорости от длины волны.

5.200 Найти фазовую скорость света в сероуглероде для средней длины волны и групповую скорость вблизи нее, если показатели преломления для длин волн $\lambda_1 = 5090$ Å, $\lambda_2 = 5340$ Å, $\lambda_3 = 5740$ Å соответственно равны: $n_1 = 1,647$; $n_2 = 1,640$; $n_3 = 1,630$.

5.201 Рассчитать оптическую длину пути света в стеклянной пластинке толщиной 5 мм, если показатель преломления по ходу луча линейно возрастает от значения 1,5 до 1,8. Свет в пластинке проходит под углом 60° к поверхности.

5.202 Луч света проходит в стеклянной пластинке толщиной 10 мм под углом 30° к ее поверхности. Показатель преломления стекла линейно изменяется по толщине. Определить его значение на выходе из пластинки, если на входе он равен 1,6, а оптическая длина света в пластинке равна 3,4 см.

5.203 Радиус Солнца $R_C = 6,96 \cdot 10^8$ м, среднее расстояние от него до Земли $r_C = 1,5 \cdot 10^{11}$ м. Определить радиус когерентности солнечных лучей на земной поверхности для длины волны $\lambda = 0,5$ мкм.

5.204 Найти радиус звезды Арктур (α Волопаса), если для света с длиной волны 0,55 мкм радиус когерентности ее лучей равняется 5,2 м. Расстояние от Земли до звезды составляет 11,1 пк (1 пк = $3,08 \cdot 10^{13}$ км).

5.205 Определить координаты первых двух темных полос для монохроматического света с длиной волны $\lambda = 600$ нм в опыте Юнга, если расстояние между щелями $d = 0,12$ см, а расстояние от щелей до экрана $l = 3$ м.

5.206 Во сколько раз нужно изменить расстояние до экрана в опыте Юнга, чтобы на месте 3-й светлой полосы оказалась 5-я новая интерференционная картины?

5.207 Определить угловое расстояние между соседними полосами в опыте Юнга, если третья светлая полоса отстоит от центра экрана на расстоянии $L = 0,5$ см, а расстояние от щелей до экрана $l = 3$ м.

5.208 На пути одного из лучей в опыте Юнга поместили стеклянную пластинку с показателем преломления $n = 1,5$. Оп-

ределить ее толщину, если для длины волны света $\lambda = 500$ нм центральная светлая полоса сместилась в положение, занимаемое прежде пятой темной полосой.

5.209 Определить расстояние от щелей до экрана в опыте Юнга, если на его ширине $L = 2$ см укладывается $N = 20$ светлых полос, а расстояние между двумя щелями $d = 0,5$ мм при длине волны $\lambda = 0,6$ мкм.

5.210 Определить координаты первых двух светлых полос в опыте Юнга для монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,7$ мкм, если расстояние между щелями $d = 0,14$ см, а расстояние от щелей до экрана $l = 3$ м.

5.211 В желтом свете в опыте с зеркалами Френеля расстояние от мнимых изображений до экрана равно 5 м, расстояние между ними равно $0,5$ мм, ширина темных полос равна $0,6$ см. Определить длину волны желтого света, а также ширину светлых полос, если использовать источник красного света с длиной волны $0,65$ мкм.

5.212 Найти длину волны света, если при падении плоской световой волны на бисеркало Френеля с углом $\alpha = 2^\circ$ ширина интерференционной полосы на экране $\Delta x = 0,55$ мм.

5.213 В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света равно $0,49$ мм, а расстояние от них до экрана $4,95$ м. Определить длину волны света, для которого получились интерференционные полосы, расположенные на расстоянии $0,5$ см друг от друга.

5.214 Найти, сколько светлых полос укладывается на экране шириной 2 см в опыте с бипризмой Френеля, если длина волны 500 нм, расстояние между двумя вторичными источниками света $0,7$ мм, а расстояние от них до экрана 4 м.

5.215 Определить расстояние на экране между соседними интерференционными максимумами для нормального падения на него двух плоских когерентных световых волн, угол между направлениями распространения которых, составляет $10''$. Длина волны света равна $0,55$ мкм.

5.216 Приемник радиосигналов расположен на берегу озера на высоте 3 м над поверхностью воды. По мере поднятия

спутника над горизонтом наблюдаются периодические изменения интенсивности принимаемого радиосигнала, причем ее максимумы соответствуют углам возвышения спутника над горизонтом $\alpha_1 = 3^\circ$, $\alpha_2 = 6^\circ$. Определить частоту радиосигнала.

5.217 Для каких углов падения в проходящем свете наблюдается максимум интерференции для плоскопараллельной пластинки с показателем преломления $n = 1,5$ и толщиной $d = 3,8$ мкм (длина волны $\lambda = 740$ нм)?

5.218 В каких пределах может изменяться толщина плоскопараллельной пластинки с показателем преломления $n = 1,5$, чтобы для длины волны $\lambda = 600$ нм в проходящем свете можно было наблюдать максимум 10-го порядка?

5.219 Определить минимальную толщину просветляющего покрытия с оптимальным показателем преломления, нанесенного на стекло с показателем преломления $1,5$, для монохроматического света с длиной волны $0,55$ мкм.

5.220 Определить наименьшую толщину просветляющей пленки, нанесенной на линзу из стекла (показатель преломления $1,69$) для желтых лучей (длина волны $\lambda = 600$ нм).

5.221 При освещении белым светом под углами $\alpha_1 = 45^\circ$ и $\alpha_2 = 60^\circ$ плоскопараллельной пластинки с показателем преломления $n = 1,5$ она кажется красной (длина волны $\lambda = 740$ нм) в проходящем свете. Какова наименьшая возможная толщина пластинки?

5.222 Под какими углами падения плоскопараллельная пластинка с показателем преломления $n = 1,5$ и толщиной $d = 3,8$ мкм будет казаться красной в отраженном свете для длины волны $\lambda = 740$ нм?

5.223 В каком интервале может изменяться толщина плоскопараллельной пластинки с показателем преломления $n = 1,6$, чтобы для света с длиной волны $\lambda = 600$ нм можно было в отраженном свете наблюдать максимум 12-го порядка?

5.224 При падении на тонкую пленку с показателем преломления $1,5$ рассеянного света с длиной волны 600 нм угловое расстояние между соседними максимумами, наблюдаемыми в

отраженном свете под углами, близкими к 45° , равно $0,2^\circ$. Найти ее толщину.

5.225 Максимумы в проходящем свете при освещении пластинки монохроматическим светом с длиной волны $\lambda_1 = 0,6$ мкм, а затем $\lambda_2 = 0,40$ мкм, наблюдаются под одним и тем же углом. Чему равен порядок максимума для большей длины волны, если это первое совпадение?

5.226 Какое число темных интерференционных полос приходится на единицу длины стеклянного клина с углом при вершине $\alpha = 20''$ (показатель преломления $n = 1,5$) при нормальном падении на него монохроматического света с длиной волны $\lambda = 582$ нм?

5.227 Определить расстояние между интерференционными полосами, если пространство между пластинками, образующими клин, заполнить водой. Монохроматический свет падает нормально на поверхность воздушного клина. До заполнения водой расстояние между двумя соседними полосами было равно $0,4$ мм.

5.228 Определить угол стеклянного клина (показатель преломления $1,5$), если при нормальном падении на него монохроматического света с длиной волны 698 нм расстояние между двумя соседними минимумами $0,2$ см.

5.229 При нормальном падении на установку с линзой, радиус кривизны которой 14 м, монохроматического света расстояние между четвертым и девятым темными кольцами Ньютона, наблюдаемыми в проходящем свете, равно $0,36$ см. Найти длину волны падающего света.

5.230 Наблюдение колец Ньютона проводится в проходящем свете. Определить расстояние между четвертым и пятнадцатым светлыми кольцами, если расстояние между вторым и восемнадцатым темными кольцами равно 5 мм.

5.231 Определить показатель преломления жидкости, заполняющей пространство между линзой с радиусом кривизны $R = 4$ м и стеклянной пластинкой, если установка освещается нормально падающим монохроматическим светом с длиной волны $\lambda_0 = 600$ нм и радиус второго светлого кольца Ньютона $r = 0,18$ см. Наблюдение ведется в проходящем свете.

5.232 Плосковыпуклую стеклянную линзу с радиусом кривизны $R = 40$ см, соприкасающуюся выпуклой поверхностью со стеклянной пластинкой, осторожно отодвинули от нее на $\Delta h = 5$ мкм. Каким стал радиус кольца в отраженном свете, если до этого он был равен $r = 2,5$ мм?

5.233 Между линзой с радиусом кривизны 5 м и плоской поверхностью, к которой она прижата, находится вода. Определить радиус 4-го темного кольца Ньютона при наблюдении в проходящем свете с длиной волны 589 нм.

5.234 Расстояние между четвертым и девятым темными кольцами Ньютона, наблюдаемыми в отраженном свете, равно $0,36$ см. Радиус кривизны линзы 14 м. Найти длину волны монохроматического света, падающего нормально на установку.

5.235 Определить толщину воздушного зазора между пластинкой и линзой в том месте, где в отраженном свете наблюдается четвертое темное кольцо Ньютона. Установка для наблюдения колец освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 550$ нм, падающим нормально.

5.236 Какое по порядку светлое кольцо Ньютона для проходящего света в первом случае будет иметь такой же радиус, как и следующее кольцо во втором случае, если установка для наблюдения колец освещается нормально падающим монохроматическим светом сначала с длиной волны $634,7$ нм, а затем — 577 нм?

5.237 Плосковыпуклая линза вместе с пластинкой позволяет наблюдать кольца Ньютона. При освещении желтой линией натрия ($\lambda = 589$ нм) в отраженном свете расстояние между 1-м и 2-м светлыми кольцами равно $0,5$ мм. Определить радиус кривизны линзы.

5.238 Когда зазор между линзой и пластинкой заполнили жидкостью, то радиус третьего темного кольца Ньютона, измеренный в отраженном свете, стало иметь кольцо с номером, на единицу большим. Найти показатель преломления жидкости.

5.239 Установка для наблюдения колец Ньютона в проходящем свете освещается монохроматическим светом, падающим нормально. После заполнения пространства между линзой и стеклянной пластинкой жидкостью радиусы светлых колец

уменьшились в 1,24 раза. Определить показатель преломления жидкости.

5.240 Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим нормально. Наблюдение ведется в проходящем свете. Радиусы двух соседних светлых колец равны 4,01 и 4,39 мм, радиус кривизны линзы равен 6,41 м. Определить длину волны падающего света.

5.241 В центре экрана, отстоящего от диафрагмы с отверстием диаметром $D = 2$ мм на $b_1 = 57,5$ см, наблюдается светлое пятно, а при удалении экрана до $b_2 = 86,2$ см оно сменяется темным пятном. Найти длину волны плоской монохроматической световой волны, падающей на диафрагму

5.242 Параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 600$ нм падает нормально на экран с круглым отверстием диаметром $d = 2,4$ мм. Определить максимальное расстояние от отверстия на его оси, где еще можно наблюдать наиболее темное пятно.

5.243 Для плоского волнового фронта найти радиус четвертой зоны Френеля, если расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения равно 1,5 м, а наблюдение ведется в монохроматическом свете с частотой 0,6 ПГц.

5.244 Изображение источника, удаленного от зонной пластинки на 2 м, расположено на расстоянии 1 м от ее поверхности. На каком расстоянии от пластинки окажется изображение источника, если его удалить в бесконечность?

5.245 На расстоянии 15 см за экраном с круглым отверстием диаметром 0,12 см на его оси наблюдается темное пятно. На какое минимальное расстояние Δb нужно сместиться от этой точки вдоль оси отверстия, удаляясь от него, чтобы в центре вновь наблюдалось темное пятно? Падающий нормально пучок монохроматического света с длиной волны 0,6 мкм исходит от бесконечно удаленного источника.

5.246 Радиус четвертой зоны Френеля для плоского волнового фронта равен 3 мм. Найти радиус девятой зоны.

5.247 Максимум освещенности в центре дифракционной картины на экране наблюдается при радиусе круглого отвер-

стия в диафрагме, помещенной между точечным источником света и экраном, равном 1,00 мм. Определить, сколько зон Френеля открыто отверстием для первого и второго случаев, если следующий максимум наблюдается при радиусе 1,29 мм?

5.248 Найти, сколько длин волн укладывается на ширине узкой щели, если при нормальном падении на нее плоской монохроматической световой волны направление на четвертую темную дифракционную полосу составляет $2^\circ 12'$.

5.249 Монохроматический свет падает нормально на щель шириной 11 мкм, за которой находится тонкая линза с фокусным расстоянием 15 см. Найти длину волны света, если расстояние между симметричными минимумами третьего порядка на экране, расположенном в фокальной плоскости, равно 5 см.

5.250 Найти расстояние между серединами линий в спектре первого и второго порядков на экране, расположенном в фокальной плоскости линзы с фокусным расстоянием $F = 40$ см, прижатой к диафрагме с узкой щелью шириной $a = 0,03$ мм. На щель падает нормально плоская монохроматическая световая волна ($\lambda = 490$ нм).

5.251 Определить расстояние от диафрагмы с щелью шириной $a = 0,1$ мм до экрана, если ширина центрального дифракционного максимума составляет $b = 1$ см. Монохроматический пучок света с длиной волны $\lambda = 500$ нм падает нормально на щель.

5.252 Найти расстояние между серединами первого и второго дифракционных максимумов на экране, расположенном на расстоянии $l = 1$ м за диафрагмой, в случае, когда плоская световая волна с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм нормально падает на диафрагму с узкой щелью шириной $a = 0,2$ мм. Какой вид дифракции наблюдается в этом случае?

5.253 Определить ширину центрального максимума на экране, отстоящем от диафрагмы с щелью шириной $a = 0,15$ мм на расстоянии $l = 1,2$ м. На щель падает нормально параллельный пучок света от монохроматического ($\lambda = 0,65$ мкм) источника.

5.254 Плоская монохроматическая волна длиной $\lambda = 550$ нм нормально падает на узкую щель. Определить ее ширину, если

угловое расстояние между восьмым и пятым минимумами на экране равно $3^{\circ}10'$.

5.255 Период дифракционной решетки $d = 1,5$ мкм. Свет с длиной волны $\lambda = 0,53$ мкм падает на нее нормально. Определить угол дифракции, под которым образуется максимум наибольшего порядка.

5.256 Что будет наблюдаться на экране за дифракционной решеткой с периодом $d = 6 \cdot 10^{-4}$ см под углом $\alpha = \pi/6$, если ее освещать светом с длиной волны $\lambda = 600$ нм (максимум или минимум; главный или еще какой; какого порядка)? Сколько всего будет наблюдаться максимумов?

5.257 Найти угол дифракции для линии $\lambda_2 = 0,436$ мкм в спектре второго порядка, если для этой решетки угол дифракции для линии $\lambda_1 = 0,546$ мкм в спектре первого порядка $\varphi_1 = 5,4^{\circ}$. Свет от ртутной лампы падает на решетку нормально.

5.258 Для спектральной линии, изображение которой, даваемое дифракционной решеткой в спектре третьего порядка, совпадает с изображением линии $\lambda = 486,1$ нм в спектре четвертого порядка, определить длину волны.

5.259 Найти угловое расстояние между максимумами второго и третьего порядков при нормальном падении света с длиной волны $\lambda = 0,585$ мкм на дифракционную решетку с периодом $d = 0,002$ мм.

5.260 При нормальном падении монохроматического света на дифракционную решетку с периодом $2,2$ мкм угол между направлениями на главные максимумы первого и второго порядков равен 15° . Определить длину волны света.

5.261. Найти длину волны света, нормально падающего на дифракционную решетку с периодом $2,8$ мкм, если максимальный порядок спектра равен 5 , а один из главных максимумов наблюдается под углом дифракции 35° .

5.262 Определить углы, соответствующие первым трем наблюдаемым главным максимумам для дифракционной решетки, у которой ширина прозрачного участка равна ширине непрозрачного, а каждая из них в пять раз больше длины волны падающего света.

5.263 Найти углы, соответствующие первым трем наблюдаемым главным максимумам в спектре дифракционной решетки, у которой ширина прозрачного участка в четыре раза, а непрозрачного – в восемь раз больше длины волны падающего света.

5.264 Сколько максимумов не будет наблюдаться на экране до углов от 0 до 30° для линии ($\lambda = 0,5$ мкм) из-за совпадения с главными минимумами для нормального падения света на дифракционную решетку с периодом 10 мкм и шириной прозрачного участка $2,5$ мкм?

5.265 Определить наибольший спектральный интервал $\Delta\lambda$, для которого нигде не будет перекрытия спектров при освещении дифракционной решетки с периодом $d = 6$ мкм падающим нормально светом со средней длиной волны $\lambda = 0,486$ мкм в интервале $(\lambda - \Delta\lambda) - (\lambda + \Delta\lambda)$.

5.266 Найти угловую ширину центрального дифракционного максимума, если свет с длиной волны 589 нм падает нормально на дифракционную решетку с периодом $2,5$ мкм, содержащую $10\,000$ штрихов.

5.267 Определить минимальное расстояние между двумя точками, находящимися на расстоянии 3 км от зрительной трубы с диаметром объектива $5,0$ см, которое она может разрешить. Среднюю длину волны света считать равной $0,55$ мкм.

5.268 Какое наименьшее расстояние между двумя точками на поверхности Земли может разрешить рефлектор с диаметром зеркала 1 м спутника-шпиона, летящего на высоте 150 км? Средняя длина волны света составляет 550 нм.

5.269 Для света с длиной волны $\lambda = 0,55$ мкм определить наименьшее расстояние между двумя точками на поверхности Луны, которое можно разрешить рефлектором с диаметром зеркала $D = 5$ м.

5.270 Найти минимальный диаметр объектива шпионского спутника для разрешения на фотографиях деталей секретного оборудования с размерами $b = 6$ см с высоты $h = 200$ км. Считать, что средняя длина волны света $\lambda = 550$ нм.

5.271 На дифракционную решетку шириной 6,5 см, имеющую 200 штрихов на миллиметр, нормально падает свет, соответствующий линии $\lambda = 670,8$ нм и состоящий из двух компонент, отличающихся на $\delta\lambda = 0,015$ нм. В каком порядке спектра эти компоненты могут быть разрешены?

5.272 Определить наименьшую разность длин волн, которую принципиально может разрешить решетка шириной 6,5 см в области длин волн $\lambda = 0,67$ мкм.

5.273 Определить угол дифракции, под которым на пределе разрешения (по критерию Рэля) оказались главные максимумы для света, содержащего две монохроматические составляющие с длинами волн 600,00 и 600,05 нм, при его нормальном падении на дифракционную решетку шириной 10 мм.

5.274 Найти угол дифракции, для которого две спектральные линии $\lambda_1 = 475,2$ нм и $\lambda_2 = 474,8$ нм оказались на пределе разрешения (по критерию Рэля). Свет падает нормально на дифракционную решетку шириной $l = 20$ мм.

5.275 Свет падает на дифракционную решетку нормально. Каково должно быть наименьшее число ее штрихов, чтобы она могла разрешить дублет ртути с длинами волн $\lambda_1 = 577$ нм и $\lambda_2 = 579,1$ нм в спектре второго порядка?

5.276 Ширина дифракционной решетки $l = 2$ см, общее число штрихов решетки $N = 4000$. Свет падает на нее нормально. Определить угловую дисперсию для длины волны $\lambda = 550$ нм в спектре третьего порядка.

5.277 Под каким углом падения будет наблюдаться максимум первого порядка при дифракции на монокристалле, если максимум третьего порядка наблюдается под углом скольжения $\vartheta = 45^\circ$?

5.278 Определить межплоскостное расстояние кристалла, если угол между направлениями на максимумы второго и третьего порядков при дифракции рентгеновских лучей с длиной волны 174 пм равен 30° .

5.279 Определить длину волны используемого рентгеновского излучения, если расстояние между параллельными атом-

ными плоскостями монокристалла составляет 0,38 нм, а при дифракции максимум второго порядка наблюдается под углом падения 30° .

5.280 При дифракции рентгеновских лучей на кристаллической решетке с межплоскостным расстоянием 0,3 нм угол между направлениями на максимумы второго и третьего порядков равен 25° . Найти длину волны лучей.

5.281 Определить угол между направлением излучения Черенкова - Вавилова и траекторией электрона, движущегося в среде с показателем преломления $n = 1,5$ с кинетической энергией, составляющей 66,7 % от энергии покоя.

5.282 Во сколько раз уменьшится импульс протона, движущегося в среде с показателем преломления $n = 1,7$ и излучающего электромагнитные волны под углом $\theta = 20^\circ$ к направлению своего движения, к тому моменту, когда черенковское излучение прекратится?

5.283 При торможении электрона, движущегося в веществе с показателем преломления $n = 1,5$, его угол черенковского излучения уменьшился с 40° до 20° . Определить, во сколько раз при этом уменьшилась его кинетическая энергия.

5.284 Чему должна быть равна кинетическая энергия, которой должен обладать протон, чтобы черенковское излучение возникло в среде с показателем преломления $n = 1,5$. Ответ выразить в МэВ.

5.285 Протон в среде с показателем преломления $n = 1,7$ излучает электромагнитные волны под углом $\theta = 20^\circ$ к направлению своего движения. Определить его кинетическую энергию.

5.286 Каким должен быть минимальный импульс электрона, чтобы эффект Черенкова - Вавилова наблюдался в среде с показателем преломления $n = 1,8$?

5.287 Какое минимальное ускоряющее напряжение должен пройти электрон, чтобы черенковское излучение возникло в среде с показателем преломления $n = 1,5$?

5.288 Определить массу покоя частицы, для которой минимальная кинетическая энергия, соответствующая возникнове-

нию черенковского излучения в среде с показателем преломления $n = 1,6$, составляет 29,6 МэВ.

5.289 Свет падает из воздуха на поверхность кристалла под углом 67° . Определить угол между падающим и преломленным лучами, если отраженный свет полностью поляризован.

5.290 Свет падает из воздуха на поверхность глицерина так, что преломленный луч максимально поляризован. Какое значение при этом имеет угол преломления?

5.291 Определить угол преломления для света, который падает на поверхность жидкости с показателем преломления 1,47 под углом Брюстера.

5.292 Найти угол преломления пучка света, падающего на поверхность жидкости под углом $i_1 = 54^\circ$, если отраженный пучок полностью поляризован.

5.293 Определить показатель преломления жидкости, если для света, проходящего через нее и отражающегося от стеклянного дна ($n = 1,5$) под углом 41° , отраженный пучок плоскополяризован.

5.294 Найти угловую высоту Солнца, при которой свет, отраженный от поверхности воды, будет полностью поляризован.

5.295 При прохождении света через жидкость и отражении его от стеклянного дна под углом 41° отраженный свет плоскополяризован. Определить, при каком угле падения будет наблюдаться полное отражение.

5.296 Найти угол Брюстера для падения луча из воздуха на поверхность жидкости, если предельный угол полного отражения света на границе этой жидкости с воздухом равен 43° .

5.297 Определить скорость света в кристалле каменной соли, если угол Брюстера при падении света из воздуха на этот кристалл равен 57° .

5.298 При каком угле падения пучка естественного света, идущего в воде, на грань алмаза, погруженного в нее, отраженный свет полностью поляризован?

5.299 Главные плоскости двух николей образуют угол 60° . Определить, во сколько раз амплитуда напряженности электрического поля в падающем на второй николе свете больше амплитуды для вышедшего из него.

5.300 Естественный свет проходит через два поляризатора, главные плоскости которых образуют угол 60° . Определить, во сколько раз амплитуда напряженности электрического поля для света, прошедшего через поляризаторы, меньше амплитуды для света, падающего на оптическую систему.

5.301 Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света, прошедшего через два николя, главные плоскости которых образуют угол в 30° , если каждый из николей отражает 15 % падающего на них света.

5.302 Пренебрегая поглощением света, определить угол между главными плоскостями двух николей, если интенсивность естественного света, прошедшего через эту систему, уменьшилась в 8 раз.

5.303 Найти, во сколько раз уменьшится интенсивность света по сравнению с естественным, если он проходит через поляризатор и анализатор, угол между главными плоскостями которых равен 60° , падает на зеркало и, отразившись, вновь проходит через оба прибора.

5.304 Главные плоскости поляризатора и анализатора, через которые проходит естественный свет, имеют между собой некоторый угол. Поляризатор и анализатор поглощают по 20 % падающего на них света. Определить этот угол, если интенсивность света, вышедшего из анализатора, составляет 12 % от интенсивности света, падающего на поляризатор.

5.305 Найти угол между плоскостями пропускания двух поляризаторов, если при падении естественного света через один из них проходит 30 % светового потока, а через два таких поляризатора – 13,5 %.

5.306 Естественный монохроматический свет падает на систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми находится кварцевая пластинка. При повороте плоскости пропускания одного из поляризаторов на угол 90° доля проходящего через систему света увеличилась в два раза. Определить угол, на который эта пластинка поворачивает плоскость поляризации света.

5.307 Определить степень поляризации частично поляризованного света, для которого при вращении анализатора макси-

мальная амплитуда напряженности электрического поля составила $A_{\max} = 26$ В/м, а минимальная – $A_{\min} = 13$ В/м.

5.308 Найти, во сколько раз интенсивность поляризованного света больше интенсивности естественного для частично поляризованного света со степенью поляризации $P = 0,5$, который представляет собой смесь естественного света с плоскополяризованным.

5.309 Чему равна степень поляризации света, который представляет собой смесь естественного света с плоскополяризованным, если интенсивность поляризованного света в два раза больше интенсивности естественного?

5.310 Определить отношение максимальной интенсивности света, пропускаемого анализатором, к минимальной для частично поляризованного света со степенью поляризации, равной 0,75.

5.311 Чему равна степень поляризации частично поляризованного света, если амплитуда светового вектора, соответствующая максимальной интенсивности света, в 3 раза больше амплитуды, соответствующей его минимальной интенсивности.

5.312 Определить отношение максимальной амплитуды напряженности электрического поля к минимальной при вращении анализатора для падающего света со степенью поляризации, равной 0,6.

5.313 Частично поляризованный свет со степенью поляризации $P = 0,75$ представляет собой смесь естественного света с плоскополяризованным. Определить, во сколько раз амплитуда поляризованного света больше амплитуды естественного.

5.314 Пластинку кварца толщиной 3 мм с коэффициентом удельного вращения 15 град/мм вставили между параллельными поляризаторами. Во сколько раз эта система ослабит интенсивность падающего естественного света?

5.315 Естественный свет падает на систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми находится кварцевая пластинка. Найти ее минимальную толщину, при которой эта система будет пропускать 30 % интенсивности падающего света, если постоянная вращения кварца равна 15 град/мм.

5.316 Чему равна массовая концентрация сахарного раствора, находящегося в стеклянной трубке длиной 70 см, если при помещении ее между параллельными николями проходящий свет полностью гасится? Коэффициент удельного вращения сахара $1,17 \cdot 10^{-2}$ рад·м²/кг.

5.317 Плоскость поляризации монохроматического света поворачивается раствором глюкозы с массовой концентрацией $C_1 = 0,21$ г/см³, находящимся в стеклянной трубке, на угол $\varphi_1 = 24^\circ$. Определить массовую концентрацию C_2 глюкозы в другом растворе в такой же трубке, если он поворачивает плоскость поляризации на угол $\varphi_2 = 18^\circ$.

5.318 Определить толщину d_2 вырезанной перпендикулярно оптической оси кристалла кварцевой пластинки, помещенной между параллельными николями, если при этом монохроматический свет определенной длины волны полностью гасится. Пластинка кварца толщиной $d_1 = 2$ мм поворачивает плоскость поляризации данного света на угол 30° .

5.319 Решить предыдущую задачу при условии, что свет гасится для скрещенных николей.

5.320 Определить длину стеклянной трубки, содержащей сахарный раствор с массовой концентрацией 192 кг/м³, если при помещении ее между параллельными николями проходящий свет полностью гасится. Коэффициент удельного вращения сахара $1,17 \cdot 10^{-2}$ рад·м²/кг.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
(справочное)

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

1 Некоторые физические постоянные (округленные значения)

Ускорение свободного падения	$g = 9,81 \text{ м/с}^2$
Гравитационная постоянная	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Скорость света в вакууме.....	$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Постоянная Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Элементарный заряд	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Масса покоя электрона	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Масса покоя протона	$m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,6750 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Электрическая постоянная.....	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитная постоянная.....	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Магнетон Бора.....	$\mu_B = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/Тл}$

2 Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Диэлектрическая проницаемость	Вещество	Диэлектрическая проницаемость
Вода	81	Парафин	2,0
Масло трансформаторное	2,2	Стекло	7,0
Гетинакс	2,4	Янтарь	2,8

3 Показатель преломления

Вещество	Показатель	Вещество	Показатель
Алмаз	2,42	Глицерин	1,47
Вода	1,33	Стекло	1,5

4 Работа выхода электрона из металлов

Металл	Работа выхода, эВ	Металл	Работа выхода, эВ	Металл	Работа выхода, эВ
Алюминий	3,74	Литий	2,39	Платина	5,29
Вольфрам	4,50	Медь	4,47	Серебро	4,28
Железо	4,36	Натрий	2,27	Цезий	1,89
Калий	2,15	Никель	4,84	Цинк	3,74

5 Некоторые производные единицы электрических и магнитных величин

Наименование величины и ее условное обозначение		Название единицы измерения в СИ и ее сокращенное обозначение	
Электрический заряд	q	кулон	Кл
Линейная плотность заряда	τ	кулон на метр	Кл/м
Поверхностная плотность заряда	σ	кулон на квадратный метр	Кл/м ²
Объемная плотность заряда	ρ	кулон на кубический метр	Кл/м ³
Электрический момент	p	кулон-метр	Кл·м
Напряженность электрического поля	E	ньютон на кулон, вольт на метр	Н/Кл, В/м
Поток напряженности	Φ_E	вольт-метр	В·м
Потенциал поля	ϕ	вольт	В
Напряжение	U	вольт	В
ЭДС	\mathcal{E}	вольт	В
Плотность тока	j	ампер на квадратный метр	А/м ²
Электрическая емкость	C	фарад	Ф
Поляризованность	P	кулон на квадратный метр	Кл/м ²
Диэлектрическая восприимчивость	χ	Величина безразмерная	

Наименование величины и ее условное обозначение		Название единицы измерения в СИ и ее сокращенное обозначение	
Диэлектрическая проницаемость	ϵ	Величина безразмерная	
Электрическое сопротивление	R	ом	Ом
Удельное сопротивление	ρ	ом-метр	Ом·м
Удельная проводимость	γ	сименс на метр	См/м
Магнитная индукция	B	тесла	Тл
Напряженность магнитного поля	H	ампер на метр	А/м
Магнитный момент	p_m	ампер-квадратный метр	А·м ²
Магнитный поток	Φ_B	вебер	Вб
Индуктивность	L	генри	Гн
Намагниченность	J	ампер на метр	А/м
Магнитная восприимчивость	χ	Величина безразмерная	
Магнитная проницаемость	μ	Величина безразмерная	

6 Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц

Наименование	Множитель	Обозначение	
		русское	международное
экса	10^{18}	Э	E
пета	10^{15}	П	P
тера	10^{12}	Т	T
гига	10^9	Г	G
мега	10^6	М	M
кило	10^3	к	k
гекта	10^2	г	h

Наименование	Множитель	Обозначение	
		русское	международное
дека	10^1	да	da
деци	10^{-1}	д	d
санتي	10^{-2}	с	c
милли	10^{-3}	м	m
микро	10^{-6}	мк	μ
нано	10^{-9}	н	n
пико	10^{-12}	п	p
фемто	10^{-15}	ф	f
атто	10^{-18}	а	a

7 Греческий алфавит

Обозначение букв		Название букв	Обозначение букв		Название букв
Α	α	альфа	Ν	ν	ни
Β	β	бета	Ξ	ξ	кси
Γ	γ	гамма	Ο	o	омикрон
Δ	δ	дельта	Π	π	пи
Ε	ϵ	эпсилон	Ρ	ρ	ро
Ζ	ζ	дзета	Σ	σ	сигма
Η	η	эта	Τ	τ	тау
Θ	θ, ϑ	тета	Υ	υ	ипсилон
Ι	ι	йота	Φ	ϕ	фи
Κ	κ	каппа	Χ	χ	хи
Λ	λ	лямбда	Ψ	ψ	пси
Μ	μ	ми	Ω	ω	омега

ПРИЛОЖЕНИЕ Б
(обязательное)

ТИПОВОЕ СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА
ПО КУРСУ ФИЗИКИ

1 Механика

1.1 Введение. Предмет физики. Методы физического исследования. Важнейшие этапы истории физики. Физика и естествознание. Физика и математика. Роль физики в развитии техники и влияние техники на развитие физики. Компьютеры в современной физике. Роль физики в становлении инженера. Общая структура и задачи курса физики. Система единиц физических величин СИ.

1.2 Физические основы механики. Предмет механики. Классическая и квантовая механика. Нерелятивистская и релятивистская механика. Кинематика и динамика. Основные физические модели: материальная точка, система материальных точек, абсолютно твердое тело, сплошная среда. Границы применимости классического способа описания движения.

1.3 Элементы кинематики. Пространственно-временные представления. Система отсчета. Скалярные и векторные физические величины. Основные кинематические характеристики движения частиц и тел. Скорость и ускорение. Кинематика вращательного движения твердого тела. Угловая скорость и угловое ускорение.

1.4 Элементы динамики поступательного движения. Основная задача динамики. Уравнение движения. Масса и импульс. Первый закон Ньютона и понятие инерциальной системы отсчета. Второй закон Ньютона как уравнение движения. Сила как производная импульса. Третий закон Ньютона. Сила трения. Упругие силы. Сила тяжести и вес. Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции.

1.5 Законы сохранения импульса. Законы сохранения импульса как фундаментальный закон природы. Реактивное движение. Центр масс (центр инерции) механической системы и закон его движения. Система центра масс.

1.6 Работа и энергия. Работа. Кинетическая энергия. Мощность. Энергия движения тела как целого. Потенциальная энергия. Консервативные и неконсервативные силы.

1.7 Закон сохранения энергии. Закон сохранения энергии в механике и его связь с однородностью пространства. Общефизический закон сохранения энергии. Удар абсолютно упругих и неупругих тел.

1.8 Элементы динамики вращательного движения твердого тела. Момент инерции твердого тела относительно неподвижной оси. Главные оси и главные моменты инерции твердого тела. Моменты инерции некоторых тел правильной формы. Теорема Штейнера. Вращательный момент (момент силы). Момент импульса твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси. Уравнение движения твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси. Закон сохранения момента импульса твердого тела. Кинетическая энергия вращения твердого тела. Работа и мощность при вращении твердого тела. Гироскоп.

1.9 Элементы релятивистской механики. Механический принцип относительности. Преобразования Галилея. Постулаты специальной (частной) теории относительности. Преобразования Лоренца и их следствия. Релятивистский импульс. Основной закон релятивистской динамики материальной точки. Закон взаимосвязи массы и энергии. Понятие об общей теории относительности.

2 Молекулярная физика и термодинамика

2.1 Основы молекулярной (статистической) физики. Статистический и термодинамический методы. Тепловое движение частиц. Макроскопические параметры. Уравнение состояния идеального газа. Давление с точки зрения молекулярно-кинетической теории. Молекулярно-кинетический смысл температуры.

2.2 Статистические распределения. Вероятность и флуктуации. Распределение Максвелла. Средняя кинетическая энергия частицы. Скорости теплового движения частиц. Эффузия газа. Распределение Больцмана. Барометрическая формула.

2.3 Основы термодинамики. Первое начало термодинамики. Степени свободы молекул. Распределение энергии по степеням свободы молекул. Внутренняя энергия. Теплоемкость многоатомных газов. Теплоемкость твердых тел. Недостатки классической теории теплоемкости.

2.4 Второе начало термодинамики. Обратимые и необратимые тепловые процессы. Круговые процессы. Тепловые машины и холодильники. Цикл Карно. Максимальный КПД тепловой машины. Энтропия, ее связь с термодинамической вероятностью. Статистический смысл второго начала термодинамики.

2.5 Явления переноса. Понятие о физической кинетике. Время релаксации. Эффективный диаметр молекулы, число столкновений и средняя длина свободного пробега молекул. Диффузия, внутреннее трение, теплопроводность. Свойства разреженных газов.

2.6 Реальные газы. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Теоретические и опытные изотермы реального газа. Критические состояния. Фазовые превращения. Фазовые диаграммы.

2.7 Особенности жидкого и твердого состояний вещества. Поверхностное натяжение. Капиллярные явления. Кристаллические и аморфные тела. Тепловое расширение твердых тел. Теплоемкость твердых тел.

3 Электричество

3.1 **Электрическое поле в вакууме.** Предмет классической электродинамики. Близкодействие. Дискретность заряда и закон его сохранения. Закон Кулона. Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции. Электрический диполь. Теорема Гаусса и ее применение к расчету полей.

3.2 **Потенциал электростатического поля.** Работа электростатического поля. Потенциал поля и его связь с напряженностью. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля.

3.3 **Электрическое поле в веществе.** Диполь во внешнем поле. Типы диэлектриков и виды поляризации. Поляризованность. Электрическое смещение. Теорема Гаусса для электрического поля в веществе. Условия на границе раздела двух диэлектрических сред. Сегнетоэлектрики.

3.4 **Проводники в электростатическом поле.** Поле внутри проводника и у его поверхности. Электростатическая защита. Электроемкость. Конденсаторы. Энергия взаимодействия электрических зарядов. Энергия системы заряженных проводников. Энергия электрического поля и ее объемная плотность.

3.5 **Постоянный электрический ток.** Условия существования тока. Законы Ома и Джоуля – Ленца. Правила Кирхгофа. Работа и мощность тока.

3.6 **Классическая теория электропроводности металлов.** Носители тока в металлах. Вывод законов электрического тока. Закон Видемана – Франца. Недостатки элементарной классической теории.

3.7 **Электрический ток в вакууме и газах.** Термоэлектронная эмиссия. Ионизация газов. Несамостоятельный и самостоятельный газы. Плазма и ее свойства.

4 Магнетизм

4.1 **Магнитное поле в вакууме.** Магнитная индукция Закон Ампера. Сила Лоренца. Закон Био – Савара – Лапласа. Магнитные поля простейших систем. Магнитное поле движущегося заряда. Закон полного тока для магнитного поля в вакууме .

4.2 **Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях.** Движение заряженной частицы в магнитном поле. Эффект Холла и его применение. Ускоритель заряженных частиц. Магнетрон. МГД-генератор. Магнитное поле Земли.

4.3 **Магнитное поле в веществе.** Магнитные моменты атомов и молекул. Типы магнетиков. Намагниченность. Напряженность магнитного поля. Магнитная проницаемость среды. Ферромагнетики, их свойства и применение. Природа ферромагнетизма.

4.4 **Электромагнитная индукция.** Поток вектора магнитной индукции. Теорема Гаусса для магнитного поля. Опыты и закон Фарадея. Правило Ленца. Вихревые токи. Самоиндукция. Индуктивность. Взаимная индукция. Трансформатор. Энергия магнитного поля.

4.5 **Основы теории Максвелла для электромагнитного поля.** Вихревое электрическое поле. Ток смещения. Система уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной формах.

5 Колебания и волны

5.1 **Свободные гармонические колебания (механические и электромагнитные).** Характеристики гармонических колебаний. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний. Гармонический осциллятор. Пружинный, физический и математический маятники. Энергия колебаний. Колебательный контур. Сложение колебаний.

5.2 **Затухающие колебания.** Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний (механических и электромагнитных) и его решение. Автоколебания.

5.3 **Вынужденные колебания.** Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний (механических и электромагнитных) и его решение. Амплитуда и фаза колебаний. Резонанс. Переменный ток. Резонанс напряжений. Резонанс токов. Мощность переменного тока.

5.4 **Волновые процессы.** Продольные и поперечные волны. Уравнение бегущей волны. Фазовая скорость, длина волны, волновое число. Групповая скорость. Энергия волны. Вектор Умова. Элементы акустики. Эффект Доплера. Ультразвук и его применение.

5.5 **Электромагнитные волны.** Экспериментальное получение электромагнитных волн. Дифференциальное уравнение электромагнитной волны. Энергия электромагнитной волны. Изучения диполя. Применение электромагнитных волн.

6 Волновая оптика

6.1 **Геометрическая оптика.** Основные законы геометрической оптики. Полное отражение. Световоды. Тонкие линзы, изображение предметов с помощью линз.

6.2 **Интерференция света.** Когерентность и монохроматичность световых волн. Оптическая длина пути. Расчет интерференционной картины от двух источников. Интерференция света в тонких пленках. Интерферометры.

6.3 **Дифракция света.** Принцип Гюйгенса – Френеля. Метод зон Френеля. Приближения Френеля и Фраунгофера. Простые задачи дифракции: дифракция на одной и многих щелях. Дифракционная решетка. Дифракция на кристаллах. Понятие о голографии.

6.4 **Взаимодействие света с веществом.** Дисперсия света. Электронная теория дисперсии света. Поглощение света. Эффект Доплера. Излучение Вавилова – Черенкова.

6.5 **Поляризация света.** Поляризация при отражении и преломлении. Закон Малюса. Двойное лучепреломление. Искусственная оптическая анизотропия. Вращение плоскости поляризации. Поляризационные призмы и поляриды.

7 Квантовая оптика

7.1 **Тепловое излучение.** Характеристики теплового излучения. Абсолютно черное тело. Законы теплового излучения. Гипотеза и формула Планка. Оптическая пирометрия.

7.2 **Фотоны.** Внешний фотоэффект и его законы. Энергия и импульс фотона. Давление света. Эффект Комптона и его теория. Дуализм свойств электромагнитного излучения.

7.3 **Теория Бора.** Модели атома Томсона и Резерфорда. Постулаты Бора. Теория водородоподобных атомов. Спектр атома водорода.

7.4 **Корпускулярно-волновой дуализм.** Гипотеза де Бройля. Дифракция электронов. Соотношение неопределенностей. Волновая функция и ее статистический смысл.

7.5 **Элементы квантовой механики.** Уравнение Шредингера. Движение свободной частицы. Частица в потенциальной яме. Туннельный эффект.

8 **Атомная и ядерная физика**

8.1 **Атом. Атом водорода в квантовой механике.** Квантовые числа. Опыт Штерна и Герлаха. Силы электрона. Принцип неразличимости тождественных частиц. Фермионы и бозоны. Принцип Паули. Периодическая система элементов. Спектры атомов и молекул. Поглощение, спонтанное и вынужденное излучения. Лазеры.

8.2 **Элементы квантовой статистики.** Фазовое пространство. Понятие о квантовых статистиках Бозе – Эйнштейна и Ферми – Дирака. Теплоемкость. Фононы. Электропроводность металлов. Сверхпроводимость.

8.3 **Элементы физики твердого тела.** Элементы зонной теории твердых тел. Металлы. Диэлектрики и полупроводники. Собственная и примесная проводимости полупроводников. Полупроводниковые диоды и триоды.

8.4 **Жидкие кристаллы.** Типы жидких кристаллов. Фазовые диаграммы. Поведение в электрическом и магнитном полях. Дисплей на жидких кристаллах.

8.5 **Элементы физики атомного ядра.** Характеристики ядра. Нуклоны. Ядерные силы. Энергия связи. Модели ядра.

8.6 **Радиоактивность.** Радиоактивное излучение и его виды. Закон радиоактивного распада. Деление ядер. Ядерный реактор. Термоядерные реакции.

8.7 **Элементарные частицы.** Классификация и взаимопревращаемость частиц. Переносчики фундаментальных взаимодействий. Кварки.

О Г Л А В Л Е Н И Е

Общие методические указания	3
1 Вопросы для изучения теоретического материала.....	6
2 Основные законы и формулы.....	8
3 Примеры решения задач.....	94
Задания к контрольной работе.....	73
Приложение А Справочные таблицы	110
Приложение Б Типовое содержание учебного материала по курсу физики	114

Учебное издание

АХРАМЕНКО Николай Арсеньевич
БУЙ Михаил Владимирович
ПРОНЕВИЧ Игорь Иванович
САВАСТЕНКО Валентина Андреевна

ФИЗИКА

Часть 5

Колебания и волны. Волновая оптика

Учебно-методическое пособие для студентов инженерно-технических специальностей факультета безотрывного обучения

Редактор *И. И. Эвентов*
Технический редактор *В. Н. Кучерова*
Корректор *Т. А. Пугач*

Подписано в печать 18.07.2012 г. Формат 60x84 ¹/₁₆.
Бумага офсетная. Гарнитура “Таймс”. Печать на ризографе.
Усл. печ. л. 6,97. Уч.-изд. л. 5,53. Тираж 1000 экз.
Зак. № 2216. Изд. № 66.

Издатель и полиграфическое исполнение
Белорусский государственный университет транспорта:
ЛИ № 02330/0552508 от 09.07.2009 г.
ЛП № 02330/0494150 от 03.04.2009 г.
246653, г. Гомель, ул. Кирова, 34.