

УДК 621.822:532.54

*О. И. РАБЕЦКАЯ, Е. Н. ФИСЕНКО**Сибирский государственный университет науки и технологий  
им. акад. М. Ф. Решетнева, Красноярск, Россия***РЕЖИМ РАБОТЫ ПОДШИПНИКА СКОЛЬЖЕНИЯ  
С УЧЕТОМ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ**

Рассмотрено течение вязкой жидкости постоянной плотности между валом и тонким упругим цилиндрическим слоем, закреплённым в жёстком неподвижном корпусе. Получено модифицированное уравнение Рейнольдса с учетом эффекта граничного скольжения и волнистости вкладыша.

**Ключевые слова:** подшипник скольжения, уравнение Рейнольдса, эффект граничного скольжения.

Современная аэрокосмическая отрасль не представляется без использования различного вида подшипников. Опоры качения и скольжения, а также системы линейного перемещения используются в космических и летательных аппаратах как в силовых агрегатах и органах управления, так и в навигационном оборудовании. К опорам вращения, применяемым в аэрокосмической отрасли, предъявляются особые требования [1].

В аэрокосмической отрасли подшипники выполняют те же функции, что и в других механизмах – обеспечивают опору для вращающегося вала или оси. Подшипники воспринимают приложенные к валу радиальные и осевые нагрузки, перенося их на корпус аппарата.

Повышение надежности и долговечности подшипника скольжения возможно за счет совершенствования геометрических параметров, физико-механических свойств материалов, а также применения смазочных материалов с более высокими смазочными свойствами [2–4].

Авторами рассмотрено течение вязкой жидкости постоянной плотности между валом и тонким упругим цилиндрическим слоем, закреплённым в жёстком неподвижном корпусе. Обычно используется граничное условие отсутствия эффекта граничного скольжения, основанное на предположении о равенстве скоростей граничной поверхности и прилегающей к ней жидкости. Однако современные экспериментальные [5–7] и диагностические [8] исследования указывают на важность изучения режима трения, при котором предположение об отсутствии эффекта граничного скольжения перестает быть правомерным. Появление этого эффекта может быть связано с ослаблением прочности тонких граничных слоев твердых тел (эффект Ребиндера) [9–12].

Для описания движения масляных пленок воспользуемся уравнением Стокса:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \mu \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \mu \frac{\partial v}{\partial z}, \quad (1)$$

где  $P$  – давление,  $u$  и  $v$  – компоненты скорости;  $\mu$  – динамический коэффициент вязкости.

Интегрируя уравнения, определяем компоненты скорости:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial z} &= \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} z + C_1; & \frac{\partial v}{\partial z} &= \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial y} z + C_1; \\ u &= \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \frac{z^2}{2} + C_1 z + C_2; & v &= \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial y} \frac{z^2}{2} + C_1 z + C_2. \end{aligned} \quad (2)$$

Для нахождения постоянных интегрирования  $C_{1,2}$  рассмотрим граничные условия общего вида

$$\begin{aligned} z = h, \quad k_2 \frac{\partial u}{\partial z} + (u - u_2) &= 0; \\ z = 0, \quad -k_1 \frac{\partial u}{\partial z} + (u - u_1) &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

где  $k_{1,2}$  – коэффициенты граничного скольжения относительно границ 1, 2.

Введение указанных коэффициентов позволяет принять во внимание эффект Ребиндера, который учитывает изменение механических характеристик твердых тел при их взаимодействии с жидкостью. В частном случае, при  $k_1 \rightarrow 0$ ,  $k_2 \rightarrow 0$ , получаем условие прилипания, используемое при выводе классического уравнения Рейнольдса.

Далее, полагая  $u_1 = 0$ ,  $u_2 = u$ ,  $v_1 = v_2 = 0$ , получим выражения для компонент скорости

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \left[ \frac{-(k_1 + z) \left( k_2 + \frac{h}{2} \right) h}{k_1 + k_2 + h} + \frac{z^2}{2} \right] + \frac{u(z + k_1)}{k_1 + k_2 + h}; \\ v &= \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \left[ \frac{-(k_1 + z) \left( k_2 + \frac{h}{2} \right) h}{k_1 + k_2 + h} + \frac{z^2}{2} \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

где  $k_{1,2}$  – коэффициенты граничного скольжения относительно границ 1, 2.

Используя уравнение сохранения массы и переходя к безразмерным переменным, получаем модифицированное уравнение Рейнольдса

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} H + \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{H(H + 2k_1)}{(k_1 + k_2 + H)} &= \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ \frac{H^2}{\tilde{\mu}} \frac{(H(4k_1 + 4k_2 + H) + 12k_1 k_2)}{k_1 + k_2 + H} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \varphi} \right] + \\ &+ \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \left[ \frac{H^2}{\tilde{\mu}} \frac{(H(4k_1 + 4k_2 + H) + 12k_1 k_2)}{k_1 + k_2 + H} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{y}} \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Толщина смазочного слоя описывается выражением [3, 4]

$$h = \Delta(1 - \lambda \cos(x)) + CP + f_0 \cos(m_0 x), \quad (6)$$

где  $C = \frac{\sigma(1+\nu)(1-2\nu)}{E(1-\nu)}$  – коэффициент упругой деформации неподвижного

слоя толщины  $d$ ,  $\lambda = \eta/\Delta$  – относительный эксцентриситет,  $f_0$  – амплитуда волнистости;  $m_0$  – частота волнистости;  $E$  – модуль упругости материала,  $\nu$  – коэффициент Пуассона для материала вкладыша;  $\sigma$  – толщина вкладыша.

Для решения уравнения удобно перейти к безразмерным переменным:

$$\begin{aligned} P &= \frac{6\mu\omega R^2}{\Delta^2} \tilde{P}; \quad h = H \Delta; \quad y = R \tilde{y}; \quad k_1 = \tilde{k}_1 \Delta; \quad k_2 = \tilde{k}_2 \Delta; \\ x &= R \tilde{x}; \quad z = \Delta \tilde{z}; \quad \mu = \mu_0 \tilde{\mu}; \quad u = \omega R; \quad t = 2\tilde{t} / \omega. \end{aligned}$$

Тогда уравнение (5) примет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} H + \frac{\partial}{\partial \tilde{\varphi}} \frac{H(H + 2\tilde{k}_1)}{(\tilde{k}_1 + \tilde{k}_2 + H)} &= \frac{\partial}{\partial \tilde{\varphi}} \left[ \frac{H^2}{\tilde{\mu}} \frac{(H(4\tilde{k}_1 + 4\tilde{k}_2 + H) + 12\tilde{k}_1\tilde{k}_2)}{\tilde{k}_1 + \tilde{k}_2 + H} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{\varphi}} \right] + \\ &+ \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \left[ \frac{H^2}{\tilde{\mu}} \frac{(H(4\tilde{k}_1 + 4\tilde{k}_2 + H) + 12\tilde{k}_1\tilde{k}_2)}{\tilde{k}_1 + \tilde{k}_2 + H} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{y}} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Далее определим момент трения:

$$M_{fr} = \left( \frac{R_0^3 \mu \omega}{\Delta} \right) \tilde{F}; \quad \tilde{F} = \int_0^{L/2P} \int_0^L 6 \left( \left[ \frac{(\tilde{k}_1 - H/2)H}{\tilde{k}_1 + \tilde{k}_2 + H} \right] \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{\varphi}} + \frac{1}{(\tilde{k}_1 + \tilde{k}_2 + H)} \right) d\tilde{\varphi} d\tilde{z}. \quad (8)$$

Вычислим число Зоммерфельда

$$So = \frac{\mu\omega}{2\pi \langle P \rangle R_0} \left( \frac{R}{\Delta} \right)^2 = \left( \frac{L}{D} \right) \frac{1}{3\pi \tilde{W}}, \quad (9)$$

где  $\langle P \rangle = W / (DL)$  – среднее давление.

Расчет гидродинамического течения смазки выполнялся методом установления по времени с использованием неявной конечно-разностной схемы. Параметры расчета:  $L/R = 1$ , число точек по  $x$  равно 200, по  $y = 21$ .

На рисунке 1 показано распределение по углу гидродинамического давления при  $z = 0$  для трех значений коэффициента граничного скольжения. Из него видно, что с увеличением коэффициента граничного скольжения давление заметно снижается, а это приводит к повышению несущей способности подшипника. На рисунке 2 представлен график зависимости момента трения

от относительного эксцентриситета для тех же значений коэффициента граничного скольжения  $k_1$ , как на рисунке 1. График показывает, что увеличение коэффициента  $k_1$  приводит к уменьшению момента трения.

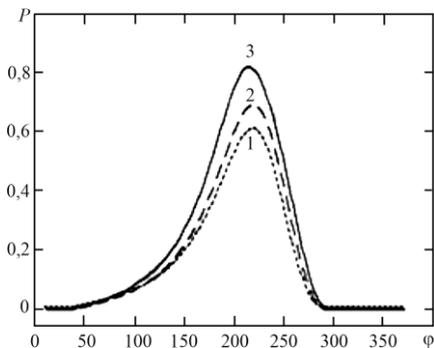


Рисунок 1 – Распределение давления от относительного эксцентриситета:  
 1 –  $k_1 = 0,2, k_2 = 0$ ; 2 –  $k_1 = 0,1, k_2 = 0$ ;  
 3 –  $k_1 = 0, k_2 = 0$

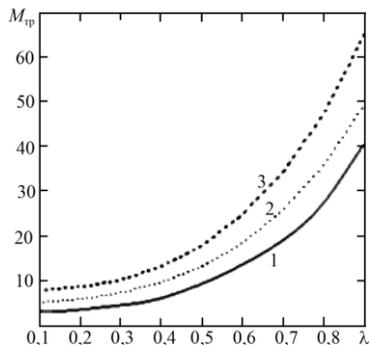


Рисунок 2 – Зависимость момента трения от относительного эксцентриситета:  
 1 –  $k_1 = 0,2, k_2 = 0$ ; 2 –  $k_1 = 0,1, k_2 = 0$ ;  
 3 –  $k_1 = 0, k_2 = 0$

На рисунках 3, 4 представлены графики зависимости числа Зоммерфельда и момента трения от относительного эксцентриситета тех же значений коэффициента граничного скольжения  $k_1$ . Графики показывают, что увеличение коэффициента  $k_1$  приводит к уменьшению числа Зоммерфельда и момента трения.

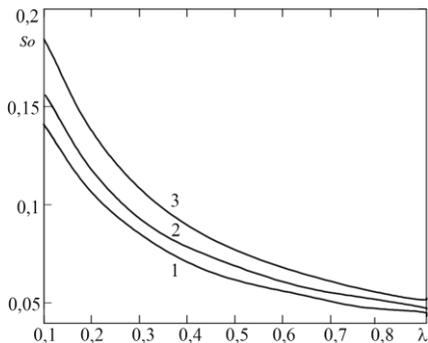


Рисунок 3 – Зависимость числа Зоммерфельда от относительного эксцентриситета:  
 1 –  $k_1 = 0,2; k_2 = 0$ ; 2 –  $k_1 = 0,1; k_2 = 0$ ;  
 3 –  $k_1 = 0; k_2 = 0$

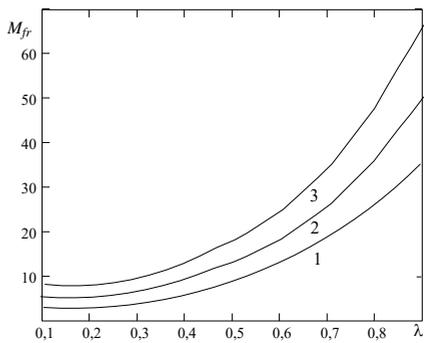


Рисунок 4 – Зависимость момента трения от относительного эксцентриситета:  
 1 –  $k_1 = 0,2; k_2 = 0$ ; 2 –  $k_1 = 0,1; k_2 = 0$ ;  
 3 –  $k_1 = 0; k_2 = 0$

Таким образом, теоретически доказана необходимость учета эффекта граничного скольжения при предсказании поведения жидкой смазки подшипника в гидродинамическом режиме.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 **Трифонов, Г. И.** Усовершенствование авиационных подшипников скольжения с помощью газотермической обработки и конструкторских модификаций / Г. И. Трифонов, Д. В. Митрофанов // Воздушно-космические силы. Теория и практика. – 2017. – № 4. – С. 61–67.
- 2 **Roberts, E. W.** Space tribology: its role in spacecraft mechanisms / E. W. Roberts // Journal of Physics D: Applied Physics. – 2012. – Vol. 45, no. 50. – Paper 503001. – 17 p.
- 3 **Беркович, И. И.** Трибология. Физические основы, механика и технические приложения : учебник для вузов / И. И. Беркович, Д. Г. Громаковский ; под ред. Д. Г. Громаковского; Самар. гос. техн. ун-т. – Самара, 2000. – 268 с.
- 4 **Lince, J. R.** Effective application of solid lubricants in spacecraft mechanisms / J. R. Lince // Lubricants. – 2020. – Vol. 8, no. 7. – Paper 74. – 57 p.
- 5 **Костецкий, Б. И.** Механохимические процессы при граничном трении / Б. И. Костецкий, М. Э. Натансон, Л. М. Бершадский. – М. : Наука, 1972. – 170 с.
- 6 Reliability assessment of spherical plain bearing based on an independent incremental process / J. X. Li [et al.] // International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering (QR2MSE 2019). – Hunan : IEEE, 2019. – P. 28–33.
- 7 **Вака, Е.** Calculation of the hydrodynamic load carrying capacity of porous journal bearings / Ернѳ Вака // Periodica Polytechnica Mechanical Engineering. – 2002. – Vol. 46, no. 1. – P. 3–14.
- 8 **Zhu, Y.** Limits of the Hydrodynamic No-Slip Boundary Condition / Y. Zhu, S. Granick // Physical Review Letters. – 2002. – Vol. 88, no. 10. – P. 106–110.
- 9 Health monitoring on the spacecraft bearings in high-speed rotating systems by using the clustering fusion of normal acoustic parameters / D. Wu [et al.] // Applied Sciences. – 2019. – Vol. 9, no. 16. – Paper 3246. – 19 p.
- 10 **Терентьев, В. Ф.** Влияние волнистости рабочей поверхности на динамические характеристики подшипникового узла скольжения / В. Ф. Терентьев, О. И. Рабецкая, Н. В. Еркаев // Изв. вузов. Машиностроение. – 2004. – № 10. – С. 58–61.
- 11 **Рабецкая, О. И.** Движение смазки в подшипниках скольжения при граничном режиме трения / О. И. Рабецкая // Вестник КрасГАУ. – 2007. – № 4. – С. 146–152.
- 12 **Lee, Y. J.** Current understanding of surface effects in microcutting / Y. J. Lee, H. Wang // Materials & Design. – 2020. – Vol. 192. – Paper 108688. – 26 p.

*O. I. RABETSKAYA, E. N. FISENKO*

*Reshetnev Siberian State University of Science and Technology, Krasnoyarsk, Russia*

### OPERATING MODE OF THE SLIDING BEARING TAKING INTO ACCOUNT THE BOUNDARY CONDITIONS

The flow of a viscous fluid of constant density between a shaft and a thin elastic cylindrical layer fixed in a rigid stationary body is considered. A modified Reynold's equation is developed taking into account the effect of boundary sliding and the insert waviness.

**Keywords:** plain bearing, Reynold's equation, boundary slip effect.

Получено 04.05.2021